

แนะนำการวิเคราะห์พหุระดับ (Multilevel Analysis)

นัตริศรี ปิยะพิมลสิทธิ์

ประวัติความเป็นมาของการวิเคราะห์พหุระดับ

กว่า 2 ทศวรรษที่ผ่านมา ในเรื่องของประเด็นแนวคิดและวิทยาการทางการวิจัยทางสังคมศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับข้อมูลที่น่าไปสู่การพัฒนาเทคนิคการวิเคราะห์พหุระดับ มีชื่อมากมายที่ใช้ในการอ้างอิงถึงโมเดลพหุระดับ เช่น โมเดลเชิงเส้นพหุระดับ (multilevel linear models) โมเดลเชิงเส้นลดหลั่น (hierarchical linear models) โมเดลอิทธิพลสุ่มและอิทธิพลผสม (mixed-effects and random-effects models) โมเดลสัมประสิทธิ์สุ่ม (random-coefficient models) และโมเดลองค์ประกอบความแปรปรวน (covariance-components models) การใช้ชื่อที่แตกต่างกันจะเกี่ยวข้องกับการใช้ภายในสาขาวิชาที่แตกต่างกัน ทฤษฎีทางสถิติของการวิเคราะห์พหุระดับนี้ ถูกพัฒนาขึ้นมาจากหลายทิศทางในศาสตร์แต่ละสาขา รวมไปถึงโมเดลการวิเคราะห์ความแปรปรวนผสม (mixed-model ANOVA) ในทางชีววิทยา โมเดลการถดถอยสัมประสิทธิ์สุ่ม (random-coefficient regression models) ในทางเศรษฐศาสตร์ และการพัฒนาในเชิงทฤษฎีสถิติด้วยโมเดลส่วนประกอบความแปรปรวน (covariance component models) และโมเดลเชิงเส้นที่ประมาณค่าแบบเบย์เซียน (Bayesian estimation of linear models)

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าการวิเคราะห์พหุระดับมีความหลากหลายในเรื่องของกระบวนการวิเคราะห์ และมีความหลากหลายในเรื่องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ เช่น LISREL, HLM เป็นต้น วิถีพหุระดับเป็นที่ยอมรับกันว่าเป็นวิธีการของโมเดลเชิงปริมาณ ในการใช้โมเดลพหุระดับจะมี 2 วัตถุประสงค์คือ

วัตถุประสงค์ประการแรก ใช้ในการอ้างอิงเกี่ยวกับพารามิเตอร์โครงสร้างของโมเดล (เช่น จุดตัด สัมประสิทธิ์การถดถอย) ซึ่งอธิบายความแปรปรวนระหว่างหน่วยของกลุ่ม จะเรียกว่า อิทธิพลสุ่ม (random effects) หรือสัมประสิทธิ์สุ่ม (random coefficients) จากสถิติต่างๆ ในการวิจัยเชิงทดลอง อิทธิพลสุ่มอธิบายได้เมื่อระดับของการทดลอง (เช่น กลุ่ม) สุ่มมาจากประชากรระดับการทดลองที่เป็นไปได้ทั้งหมด ดังนั้น อิทธิพลสุ่มจะไม่ใช่ค่าคงที่ ในทางกลับกัน อิทธิพลกำหนด (fixed effects) เมื่อระดับของการทดลองที่เป็นไปได้ทั้งหมดนำมาใช้ในการทดลอง อิทธิพลกำหนดจะเป็นค่าคงที่ และถูกวัดโดยปราศจากความคลาดเคลื่อน (เพราะว่าระดับการทดลองที่เป็นไปได้ทั้งหมดถูกนำมาใช้ในการทดลอง)

ในการวิเคราะห์การถดถอยระดับเดียว สัมประสิทธิ์จะอธิบายด้วยโมเดลเชิงเส้น เช่น จุดตัด และความชัน ซึ่งจะประมาณค่าได้จากข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง เช่น สัมประสิทธิ์การถดถอย (ความชัน) อธิบายผลกระทบของฐานะทางเศรษฐกิจ (SES) ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งกำหนดได้ด้วยค่าน้ำหนัก (beta) ในทางกลับกัน ในโมเดลพหุระดับ สัมประสิทธิ์ที่ระดับที่ 1

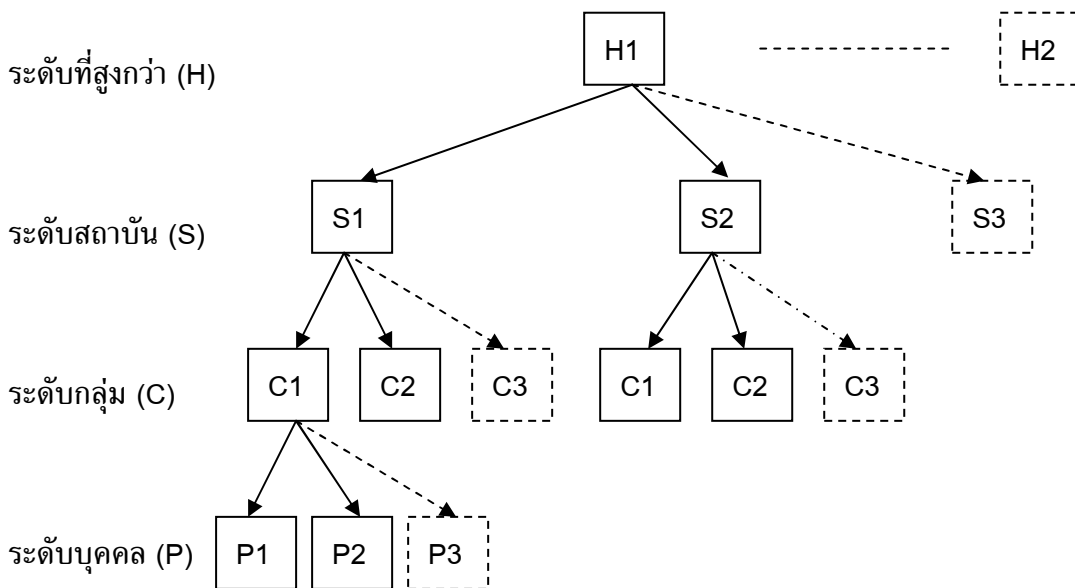
(ระดับบุคคล) สามารถถูกจับให้เป็นสัมประสิทธิ์สุ่ม ความชันอธิบายผลกระทบของฐานะทางเศรษฐกิจ (SES) ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งจะถูกให้ค่าอย่างสุ่มข้ามชุดของโรงเรียน นั่นคือในบางโรงเรียน ค่าสัมประสิทธิ์ความชันอาจจะมีค่ามากกว่า และในบางโรงเรียนค่าสัมประสิทธิ์ความชันอาจจะมีค่าน้อยกว่า ผู้วิจัยอาจจะสนใจค่าเฉลี่ยของฐานะทางเศรษฐกิจ (SES) ที่มีผลในแต่ละโรงเรียน โดยเฉพาะบางโรงเรียนที่มีความชันเบี่ยงเบนไปจากค่าเฉลี่ยความชันของฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัวทั้งหมด

วัตถุประสงค์ประการที่สองของการวิเคราะห์พหุระดับจะเกี่ยวกับการอ้างอิงถึงพารามิเตอร์ระดับบุคคลที่มีการแจกแจงที่หลากหลายข้ามหน่วย นั่นคือส่วนของความเป็นไปได้ที่จะอธิบายพฤติกรรมอย่างสุ่มของพารามิเตอร์ (เช่น จุดตัดของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความชันของฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัว) โดยมากพื้นฐานของนักวิจัยจะเกี่ยวข้องกับการประมาณค่าพารามิเตอร์โครงสร้าง (เช่น สัมประสิทธิ์สุ่ม) ว่ามีนัยสำคัญข้ามกลุ่มหรือไม่ อย่างไรก็ตามการประมาณค่าการแจกแจงที่ไม่รู้ในพารามิเตอร์แต่ละตัว (เช่น ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการประมาณค่าอิทธิพล) คือสิ่งที่ผู้วิจัยให้ความสนใจ โดยเฉพาะเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลอาจจะทำให้การประมาณค่าลำเอียงว่ามีความแปรปรวนในการประมาณค่าอิทธิพลข้ามกลุ่ม

สำหรับในแต่ละวัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ พารามิเตอร์โครงสร้างของโมเดล ความแปรปรวน และความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน สามารถประมาณค่าได้ด้วยวิธี several means including maximum likelihood, restricted maximum likelihood หรือ Bayesian methods และวิธีการประมาณค่าต่าง ๆ ได้พัฒนาเรื่อยมา เมื่อจำนวนของหน่วยในระดับ 2 มีขนาดใหญ่ การวิเคราะห์ข้อมูลจะมีการเลือกวิธีการประมาณค่าที่เหมาะสม แต่ถ้าจำนวนหน่วยในระดับ 2 มีขนาดเล็ก การประมาณค่าพารามิเตอร์จะมีปัญหา มีงานวิจัยหลายชิ้นที่วิเคราะห์พหุระดับแต่ไม่พบปฏิสัมพันธ์ข้ามระดับ นั่นเป็นเพราะว่าจำนวนหน่วยในแต่ละระดับไม่มีความเหมาะสม มีงานวิจัยหลายชิ้นที่ศึกษาเกี่ยวกับจำนวนหน่วยของแต่ละระดับ เช่น มอค (Mok. 1995 ; citing Heck and Thomas. 2000) พบว่าจำนวนกลุ่มในระดับที่ 2 ควรจะมีจำนวนมาก ๆ และแต่ละกลุ่มอาจจะมีเพียงไม่กี่คนในแต่ละกลุ่ม แต่โดยรวมแล้วควรมีขนาดกลุ่มตัวอย่างไม่ต่ำกว่า 1200 คน จะช่วยให้การประมาณค่าความชันและจุดตัดมีความเหมาะสมและค่าใกล้เคียงค่าที่แท้จริง (true value) บาสสิริ (Bassiri. 1988 ; citing Heck and Thomas. 2000) ได้กำหนดขนาดของกลุ่มที่จะพบปฏิสัมพันธ์ข้ามระดับว่าควรมีอย่างน้อย 30 กลุ่ม และแต่ละกลุ่มมีกลุ่มตัวอย่าง 30 คน (N = 900) และถ้าหากมีจำนวนกลุ่มมาก ๆ เช่น 150 กลุ่ม ในแต่ละกลุ่มอาจจะมีกลุ่มตัวอย่างเพียง 5 คนก็ได้ (N = 750)

ลักษณะของข้อมูลเพื่อวิเคราะห์พหุระดับ

ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ควรมีลักษณะเป็น “ข้อมูลพหุระดับ” (multilevel data) หรือเรียกว่า “ข้อมูลสอดแทรกกลดหลั่น” (Hierarchical nested data) โดยลักษณะของข้อมูลจะแบ่งออกเป็นระดับ โดยระดับล่างสุดจะเป็นข้อมูลในระดับบุคคล (P) ถ้าเป็นทางการศึกษาก็จะเป็นข้อมูลของนักเรียนเป็นรายบุคคล เช่น ความถนัดทางการเรียน ระดับผลการเรียน บุคลิกภาพ หรือความสนใจ ฯลฯ โดยข้อมูลระดับบุคคลจะได้รับอิทธิพลมาจากข้อมูลระดับกลุ่ม (C) หรือระดับห้องเรียน เช่น คุณภาพการสอนของครู วุฒิการศึกษาของครู บรรยากาศในห้องเรียน ฯลฯ โดยข้อมูลระดับกลุ่มจะได้รับอิทธิพลมาจากข้อมูลระดับสถาบัน (S) หรือระดับโรงเรียน เช่น ภาวะผู้นำของผู้บริหารโรงเรียน ฯลฯ โดยข้อมูลระดับสถาบันจะได้รับอิทธิพลมาจากข้อมูลระดับที่สูงกว่าขึ้นไปต่อเนื่องกันเป็นชั้น เช่น ระดับเขตพื้นที่การศึกษา ระดับจังหวัด เป็นต้น โดยสามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



ภาพประกอบ 1 ลักษณะโครงสร้างข้อมูลในการวิเคราะห์พหุระดับ

จากลักษณะโครงสร้างข้อมูลในการวิเคราะห์พหุระดับนี้ สามารถแบ่งลักษณะของข้อมูลได้เป็น 2 ประเภทคือ ประเภทแรกจะเป็นข้อมูลระดับบุคคล เรียกว่า “ข้อมูลระดับจุลภาค” (Micro-level data) ประเภทที่สองจะเป็นข้อมูลระดับกลุ่มขึ้นไป เรียกว่า “ข้อมูลระดับมหภาค” (Macro-level data) สังเกตว่าในการจะวิเคราะห์ข้อมูลโดยการนำตัวแปรต่าง ๆ ที่อยู่ต่างระดับกัน มาวิเคราะห์ให้อยู่ในระดับเดียวกันจึงเป็นการไม่สอดคล้องกับลักษณะธรรมชาติและโครงสร้างของ

ข้อมูล จึงจำเป็นที่จะต้องวิเคราะห์ข้อมูลให้สอดคล้องตามธรรมชาติและโครงสร้างของข้อมูลด้วยการวิเคราะห์หุระดับ

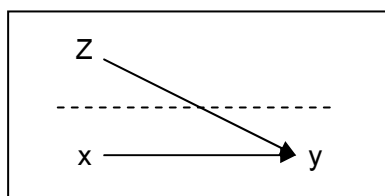
ความสัมพันธ์ระดับจุลภาค ระดับมหภาค และข้ามระดับ

ในการวิเคราะห์หุระดับนั้นจะมีระดับที่แตกต่างกันอยู่ 2 ระดับก็คือ ระดับมหภาค และระดับจุลภาค ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ระดับแบ่งออกเป็นได้ 3 แบบก็คือ ความสัมพันธ์ระดับจุลภาค (เช่น ความถนัดของนักเรียนส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน) ความสัมพันธ์ระดับมหภาค (เช่น วิธีสอนของครูส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยรายห้องเรียน) และความสัมพันธ์ข้ามระดับ (เช่น วิธีสอนของครูส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน)

เพื่อความเข้าใจในความสัมพันธ์ของทั้งสองระดับ จะแสดงโมเดลหุระดับด้วยแผนภาพ โดยใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ดังนี้

- ให้เส้นประแทนเส้นแบ่งระดับ โดย ใต้เส้นประแทนระดับจุลภาค และเหนือเส้นประแทนระดับมหภาค
- ตัวแปรระดับมหภาคแทนด้วยอักษรตัวใหญ่ เช่น X, Y, Z
- ตัวแปรระดับจุลภาคแทนด้วยอักษรตัวเล็ก เช่น x, y, z

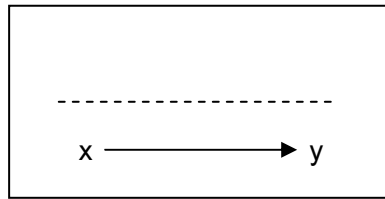
ความสัมพันธ์ข้ามระดับ



ภาพประกอบ 1 โครงสร้างของความสัมพันธ์ข้ามระดับ

ภาพประกอบ 1 จะเป็นอิทธิพลของตัวแปรระดับมหภาค Z (เช่น วิธีสอนของครู) ที่มีต่อตัวแปรระดับจุลภาค y (เช่น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน) โดยมีตัวแปรควบคุมในระดับจุลภาค x (เช่น ความถนัดของนักเรียน)

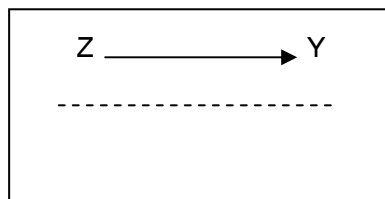
ความสัมพันธ์ระดับจุลภาค



ภาพประกอบ 2 โครงสร้างของความสัมพันธ์ระดับจุลภาค

ภาคประกอบ 2 จะแสดงให้เห็นถึงตัวแปรในระดับมหภาคไม่มีอิทธิพลต่อตัวแปรระดับจุลภาค ในการออกแบบสุ่มตัวอย่างนั้นจะใช้เฉพาะระดับจุลภาคเท่านั้น

ความสัมพันธ์ระดับมหภาค

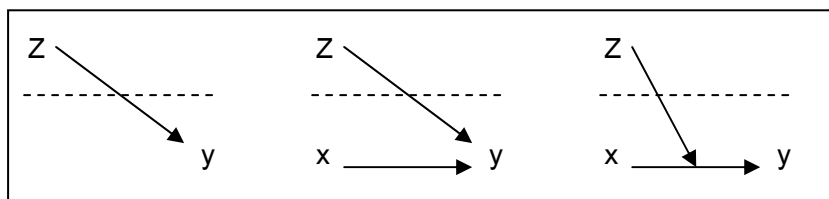


ภาพประกอบ 3 โครงสร้างของความสัมพันธ์ระดับมหภาค

ภาพประกอบ 3 ตัวแปรเหนือเส้นประเป็นระดับมหภาคที่ไม่สนใจตัวแปรในระดับหน่วยบุคคล แต่สนใจอิทธิพลของตัวแปรต่าง ๆ ในระดับหน่วยงานหรือองค์กร ซึ่งจะไม่เกิดการวิเคราะห์หุ้ระดับ แต่ตัวแปรในระดับมหภาคบางครั้งอาจจะวัดไม่ได้โดยตรง แต่วัดได้ผ่านการวัดจากหน่วยบุคคลในระดับจุลภาคแล้วสรุปเป็นภาพรวม (aggregates) ของหน่วยงานหรือองค์กรในระดับมหภาค

ความสัมพันธ์ระดับมหภาคและจุลภาค

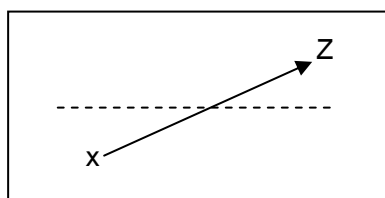
ในสถานการณ์โดยมากในการวิจัยทางสังคมศาสตร์ตัวแปรในระดับมหภาคอาจจะมีความสัมพันธ์กับตัวแปรในระดับจุลภาค ซึ่งความสัมพันธ์นั้นแบ่งออกได้เป็น 3 รูปแบบ ซึ่งจะเรียกได้ว่าเป็นสถานการณ์โดยทั่วไปของการวิเคราะห์หุ้ระดับ



ภาพประกอบ 4 โครงสร้างของความสัมพันธ์ระดับมหภาคและจุลภาค

ในกรณีแรกเป็นความสัมพันธ์ระดับมหภาคถึงจุลภาค เป็นความสัมพันธ์ที่ชัดเจนและเป็นเรื่องในการวิจัยทางสังคมศาสตร์ ส่วนความสัมพันธ์ที่สองเป็นความสัมพันธ์ของตัวแปรระดับมหภาค Z ส่งผลต่อตัวแปรระดับจุลภาค y โดยมีตัวแปรระดับจุลภาค x ส่งผลต่อ y และในความสัมพันธ์สุดท้ายจะเป็นปฏิสัมพันธ์ที่เรียกว่า macro-micro-interaction หรืออาจเรียกว่า “ปฏิสัมพันธ์ข้ามระดับ” (cross-level interaction) นั่นคือความสัมพันธ์ระหว่าง x และ y จะขึ้นอยู่กับ Z หรือในอีกกรณีหนึ่งความสัมพันธ์ระหว่าง Z และ y จะขึ้นอยู่กับ x อิทธิพลของความถนัดทางการเรียนต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอาจจะมีอิทธิพลน้อยเมื่อพิจารณาเป็นรายบุคคล แต่อาจจะมีอิทธิพลมากเมื่อพิจารณาเป็นรายห้องเรียน

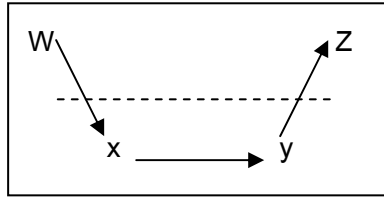
นอกเหนือจากสถานการณ์ทุกระดับข้างต้นแล้ว ยังมีสถานการณ์ทุกระดับที่จะนำเสนอต่อไปนี้



ภาพประกอบ 5 โครงสร้างของความสัมพันธ์ระดับจุลภาคและมหภาค

ในกรณีภาพประกอบ 5 นี้ ตัวแปรระดับจุลภาค x มีอิทธิพลต่อตัวแปรระดับมหภาค Z (เช่น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมีอิทธิพลต่อความเครียดของครู)

กรณีสุดท้าย ภาพประกอบ 6 เป็นความสัมพันธ์เชิงสาเหตุแบบลูกโซ่ ระหว่างตัวแปรมหภาค W และ Z ที่มีอิทธิพลต่อกันโดยผ่านตัวแปรระดับจุลภาค x และ y



ภาพประกอบ 6 โครงสร้างของความสัมพันธ์เชิงสาเหตุแบบลูกโซ่ของ
ตัวแปรระดับมหภาค-จุลภาค-จุลภาค-มหภาค

ตัวอย่างของความสัมพันธ์ในภาพประกอบ 6 เช่น ทำไมคุณภาพของครูฝึกทีมฟุตบอลมีอิทธิพลต่อชื่อเสียงทางสังคมของเขา เหตุผลของการมีครูฝึกที่ดีจะเป็นทุนให้เกิดแรงจูงใจต่อการเล่นเกมของนักกีฬา ดังนั้นผู้มาเป็นครูฝึกนักกีฬาจะต้องมีความสามารถสูงทำให้นักกีฬาแต่ละคนมีความสามารถในการเล่นเพิ่มขึ้น อันจะมีผลต่อการชนะเลิศการแข่งขัน และผลที่ตามมาคือชื่อเสียงทางสังคมของครูฝึกนั่นเอง

โมเดลการวิเคราะห์การถดถอยแบบพหุระดับ

โมเดลการวิเคราะห์การถดถอยแบบพหุระดับ (multilevel regression models) จะมีตัวแปรตาม 1 ตัวที่ถูกวัดในระดับที่ต่ำที่สุดและตัวแปรอิสระจะมีอยู่ในทุกระดับ แนวคิดของโมเดลสามารถที่จะเขียนเป็นระดับพหุระดับด้วยสมการการถดถอย เช่นสมมติว่ามี การเก็บข้อมูลกับโรงเรียน J โรงเรียน กับจำนวนนักเรียน N_j ที่แตกต่างกันในแต่ละโรงเรียน ในระดับของนักเรียนจะมีตัวแปรตาม “ความสำเร็จในการเรียน” (Y) โดยมีตัวแปรอิสระคือ “ฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัว” (X) และในระดับโรงเรียนจะมีตัวแปรอิสระคือ “ขนาดโรงเรียน” (Z) เราจะได้ชุดของสมการการถดถอยแยกส่วนกันในแต่ละโรงเรียนในการทำนายตัวแปรตาม Y ด้วยตัวแปรอิสระ X ดังนี้

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \quad (1)$$

ในสมการการถดถอยนี้ β_{0j} คือจุดตัด, β_{1j} คือสัมประสิทธิ์การถดถอยหรือความชัน และ e_{ij} คือเทอมของความคลาดเคลื่อน ตัวห้อย j คือโรงเรียนแต่ละโรงเรียน ($j = 1 \dots J$) และตัวห้อย i คือนักเรียนแต่ละคน ($i = 1 \dots N_j$) ความแตกต่างในโมเดลการถดถอยปกติคือในแต่ละโรงเรียนมีจุดตัด β_{0j} แตกต่างกัน และมีสัมประสิทธิ์การถดถอยหรือความชัน β_{1j} แตกต่างกัน ความคลาดเคลื่อนสุ่ม e_{ij} ในแต่ละโรงเรียนจะสมมติว่ามีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และความแปรปรวนเท่ากับ σ_j^2 โมเดลพหุระดับโดยมากจะสมมติอย่างง่ายว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มจะเหมือนกันในทุกโรงเรียนและมีความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนร่วมกันคือ σ^2

อาจพูดได้อีกอย่างว่า สัมประสิทธิ์จุดตัดและความชันจะแตกต่างกันไปในแต่ละโรงเรียน หรืออาจพูดได้ว่าสัมประสิทธิ์จุดตัดและความชันเป็น “สัมประสิทธิ์สุ่ม” (*random coefficients*) ในตัวอย่างนี้ในแต่ละโรงเรียนจะมีค่าสัมประสิทธิ์จุดตัดและความชันสำหรับตัวแปรฐานทางเศรษฐกิจของสังคม สำหรับนักเรียนแต่ละคนจะมีค่าเท่ากันในตัวแปรนี้ โรงเรียนที่มีสัมประสิทธิ์จุดตัดสูงจะสามารถทำนายความสำเร็จในการเรียนได้สูงกว่าโรงเรียนที่มีสัมประสิทธิ์จุดตัดต่ำ ในทำนองเดียวกัน ความแตกต่างของสัมประสิทธิ์ความชันของฐานทางเศรษฐกิจของสังคมสามารถแปลความหมายได้ถึง ความสัมพันธ์ระหว่างภูมิหลังทางสังคมของกลุ่มตัวอย่างที่สามารถทำนายความสำเร็จในการเรียนได้ไม่เหมือนกันในทุกโรงเรียน บางโรงเรียนที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความชันของฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัวสูงจะมีอิทธิพลต่อความสำเร็จในการเรียนมากกว่าโรงเรียนที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความชันของฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัวต่ำ

ในทุกโรงเรียนจะมีค่าสัมประสิทธิ์ β_j จะมีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่แตกต่างกัน ในขั้นตอนถัดไปของโมเดลการถดถอยพหุระดับจะเป็นการทำนายความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์ β_j โดยนำตัวแปรอิสระในระดับโรงเรียนเข้าสมการ จะได้ว่า

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + u_{0j} \quad (2)$$

และ

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}Z_j + u_{1j} \quad (3)$$

สมการ (2) บ่งบอกว่าระดับความสำเร็จในการเรียนของโรงเรียน (จุดตัด β_{0j}) สามารถทำได้ด้วยขนาดของโรงเรียน (Z) ดังนั้น ถ้า β_{0j} มีค่าเป็นบวก บ่งบอกว่าระดับความสำเร็จในการเรียนของโรงเรียนขนาดใหญ่มีสูงกว่าโรงเรียนขนาดเล็ก ในทางกลับกันถ้า β_{0j} มีค่าเป็นลบ บ่งบอกว่าระดับความสำเร็จในการเรียนของโรงเรียนขนาดใหญ่มีต่ำกว่าโรงเรียนขนาดเล็ก ในการแปลความหมายของสมการ (3) ชับซ้อนมากกว่า สมการ (3) บ่งบอกว่า ความสัมพันธ์ (แสดงด้วยสัมประสิทธิ์ความชัน β_{1j}) ระหว่างระดับความสำเร็จในการเรียน (Y) และฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัว (X) ของนักเรียนขึ้นอยู่กับขนาดโรงเรียน (Z) ถ้า γ_{11} มีค่าเป็นบวก โรงเรียนขนาดใหญ่มีแนวโน้มจะมีระดับฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัวสูงกว่าโรงเรียนขนาดเล็ก ในทางกลับกัน ถ้า γ_{11} มีค่าเป็นลบ โรงเรียนขนาดใหญ่มีแนวโน้มที่จะมีระดับฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัวต่ำกว่าโรงเรียนขนาดเล็ก ดังนั้น ขนาดโรงเรียนจึงเป็นตัวแปรคั่นกลาง (*moderator variable*) สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างความสำเร็จในการเรียนและฐานะทางเศรษฐกิจของโรงเรียน

ในเทอมของ u นั้น จะมี u_{0j} และ u_{1j} ในสมการ (2) และ (3) คือเทอมของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับโรงเรียน ความคลาดเคลื่อน u_j จะสมมติว่ามีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และเป็น

อิสระจากความคลาดเคลื่อน e_{ij} ในระดับนักเรียน ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน u_{0j} คือ σ_{00} และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน u_{1j} คือ σ_{11} ความแปรปรวนร่วม σ_{12} ระหว่างเทอมของความคลาดเคลื่อน u_{0j} และ u_{1j} โดยทั่วไปจะมีค่าไม่เป็นศูนย์

สังเกตในสมการ (2) และ (3) สัมประสิทธิ์การถดถอย γ จะไม่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละโรงเรียน (สังเกตว่าไม่มีตัวห้อย j ที่บ่งชี้ถึงแต่ละโรงเรียน) ดังนั้น สัมประสิทธิ์นี้จะอ้างอิงว่าเป็น “สัมประสิทธิ์กำหนด” (*fixed coefficients*)

โมเดลนี้จะมีตัวแปรอิสระในระดับนักเรียนและระดับโรงเรียน ระดับละ 1 ตัวเท่านั้น สามารถเขียนเป็นสมการถดถอยพหุระดับในรูปอย่างง่าย โดยการแทนที่สมการ (2) และ (3) ลงในสมการ (1) จะได้ว่า

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{01}Z_j + \gamma_{11}Z_jX_{ij} + u_{1j}X_{ij} + u_{0j} + e_{ij} \quad (4)$$

ในส่วนของ $\gamma_{00} + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{01}Z_j + \gamma_{11}Z_jX_{ij}$ ในสมการ (4) ทั้งหมดนี้จะเป็นสัมประสิทธิ์กำหนด (*fixed coefficients*) และในส่วนของ $u_{1j}X_{ij} + u_{0j} + e_{ij}$ ในสมการ (4) ทั้งหมดนี้จะเป็นเทอมของความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่มหรือสัมประสิทธิ์สุ่ม (*random coefficients*) ในเทอมของ Z_jX_{ij} คือเทอมของปฏิสัมพันธ์ที่ปรากฏในโมเดลจะเป็นผลของโมเดลการถดถอยความชัน β_{1j} ของตัวแปร X_{ij} ในระดับนักเรียนกับตัวแปร Z_j ในระดับโรงเรียน ดังนั้นอิทธิพลของตัวแปรคั่นกลาง Z บนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม Y และ X จะอธิบายได้ด้วยปฏิสัมพันธ์ข้ามระดับ (*cross-level interaction*) สังเกตว่าเทอมของความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่ม u_{1j} จะคูณกับ X_{ij} ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระ ผลของความคลาดเคลื่อนโดยรวม (*total error*) จะมีความแตกต่างกันเมื่อมีค่า X_{ij} แตกต่างกัน สถานการณ์นี้ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณโดยทั่วไปจะเรียกว่า *Heteroscedasticity*

ความสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (*Intraclass Correlation*)

โมเดลการวิเคราะห์การถดถอยหรือการวิเคราะห์ความแปรปรวน มีข้อตกลงเบื้องต้นประการหนึ่งว่า ข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างแต่ละค่าต้องเป็นอิสระต่อกัน (*independence of observations*) จึงอาจเป็นไปได้ว่าข้อมูลที่สังเกตได้ภายในกลุ่มเดียวกันจะมีค่าใกล้เคียงกันหรือเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน นั่นคือเป็นการละเมิดข้อตกลงเบื้องต้นของความเป็นอิสระของข้อมูลที่สังเกตเป็นรายบุคคล การสูญเสียความเป็นอิสระนี้สามารถคำนวณได้ด้วยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่เรียกว่า *Intraclass Correlation* ซึ่งในโมเดลการวิเคราะห์พหุระดับสามารถคำนวณค่า *Intraclass Correlation* โดยใช้โมเดลที่ไม่มีตัวแปรอิสระ ซึ่งจะเรียกว่า โมเดลที่มีเฉพาะจุดตัด (*intercept-only model*) จากสมการ (1) โมเดลที่ไม่มีตัวแปรอิสระจะเขียนได้ว่า

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij} \quad (5)$$

ในทำนองเดียวกัน จากสมการ (2) โมเดลระดับโรงเรียนที่ไม่มีตัวแปร Z จะเขียนได้ว่า

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \quad (6)$$

สามารถเขียนเป็นโมเดลพหุระดับโดยการแทนที่สมการ (6) ในสมการ (5) จะได้

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + e_{ij} \quad (7)$$

เราจะได้สมการ (7) ซึ่งเป็นสมการอย่างง่ายของ (4) โดยย้ายเทอมของตัวแปร X และ Z ออกไป สมการ (7) จะจำแนกความแปรปรวนออกเป็น 2 ส่วนที่เป็นอิสระจากกัน ซึ่งก็คือ σ^2 เป็นความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนในระดับนักเรียนคือ e_{ij} และ σ_{00} เป็นความแปรปรวนในระดับโรงเรียนคือ u_{0j} เราสามารถใช้โมเดลนี้ในการประมาณค่า Intraclass Correlation : ρ ได้ด้วยสมการ (Hox. 1993)

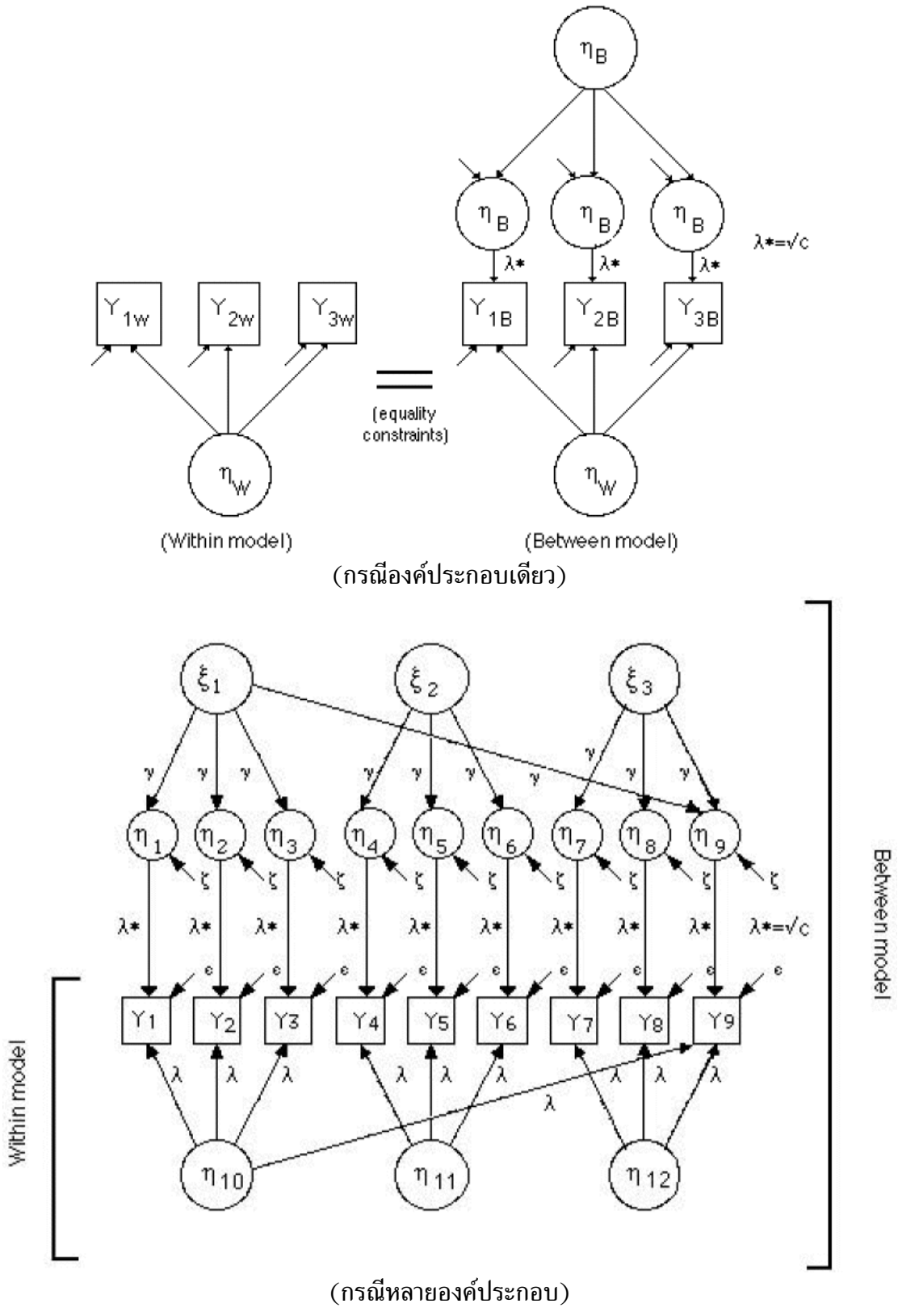
$$\rho = \frac{\sigma_{00}}{\sigma_{00} + \sigma^2} \quad (8)$$

Intraclass Correlation : ρ คือการประมาณค่าสัดส่วนของความแปรปรวนที่ถูกอธิบายด้วยโครงสร้างของกลุ่ม

โมเดลการวิเคราะห์ห้อยค์ประกอบเชิงยืนยันแบบพหุระดับ

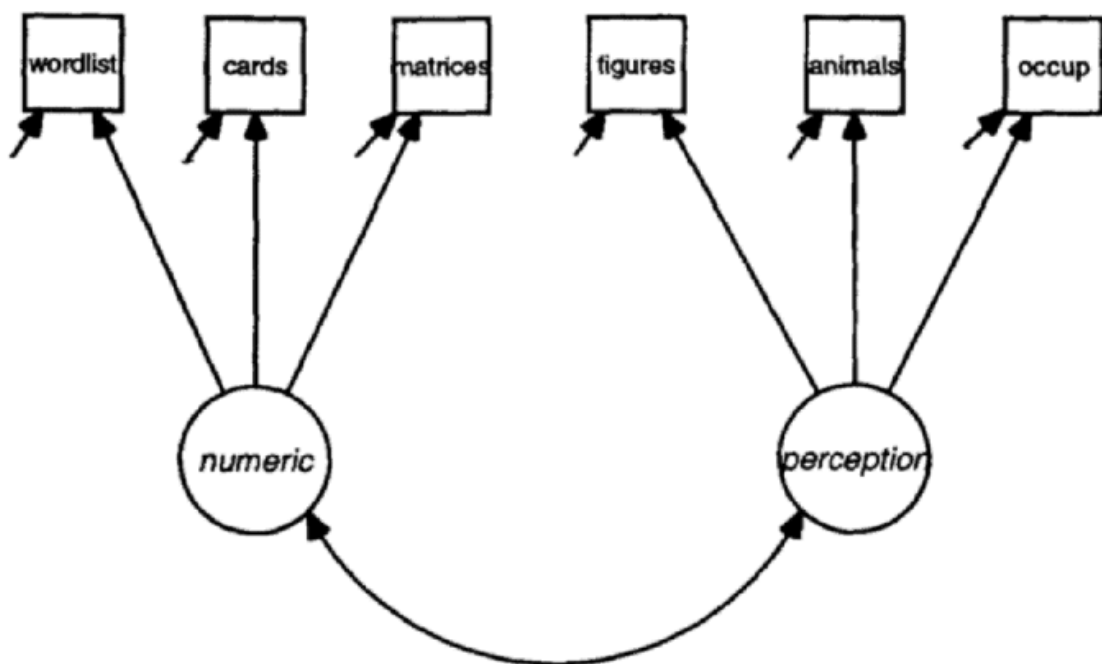
เป็นโมเดลการวิเคราะห์ห้อยค์ประกอบเชิงยืนยัน ที่เก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างแบบพหุระดับ วิเคราะห์ได้ด้วยโมเดลสมการโครงสร้างเชิงเส้นแบบหลายกลุ่ม (multi-group) ตัวอย่างของโมเดลแสดงดังภาพประกอบ 7

ภาพประกอบ 7 ตัวอย่างโมเดลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันแบบพหุระดับ (Hox. 1993)

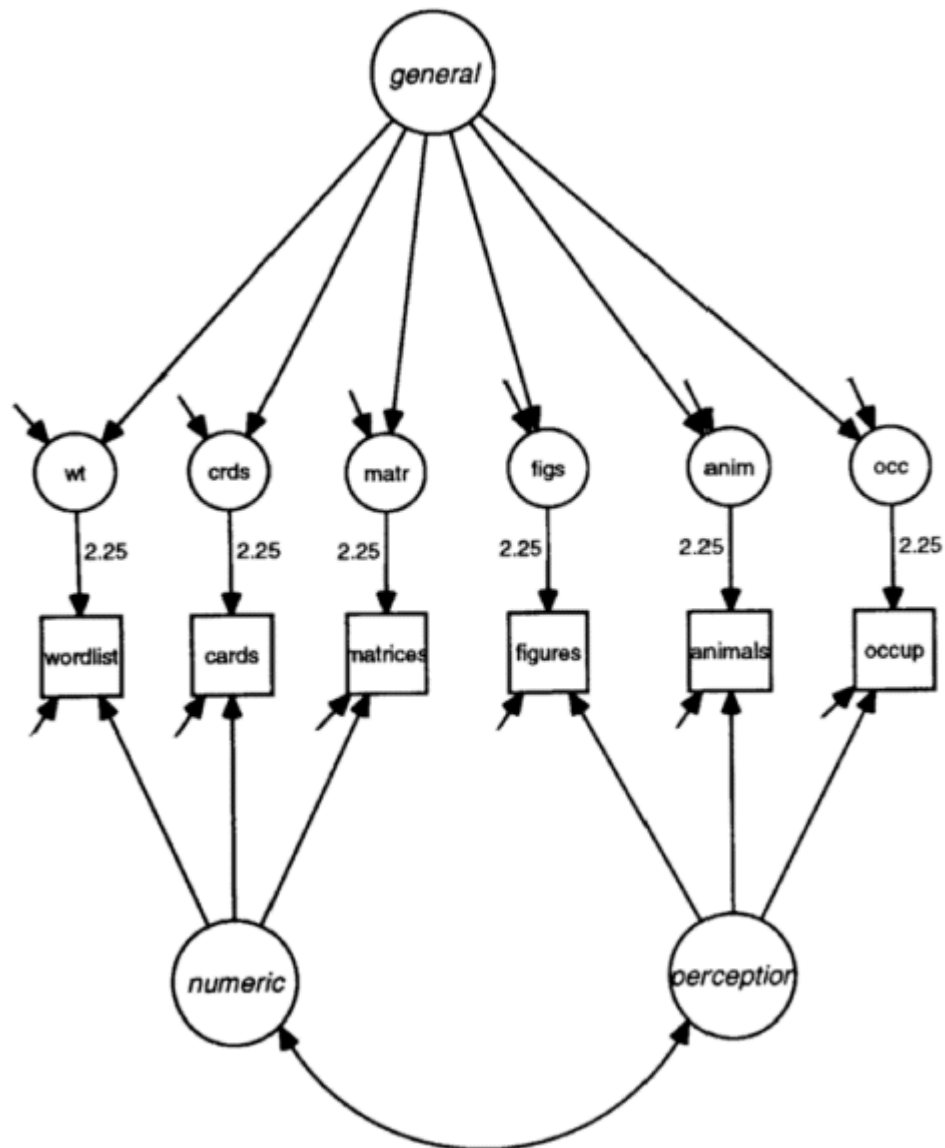


ตัวอย่าง งานวิจัยของ Van Peet (1992. ; อ้างอิงใน Hox. 1995) วัดระดับเชาวน์ปัญญา 6 ด้าน กับเด็ก 187 คนที่มาจาก 37 ครอบครัว นั่นคือข้อมูลในระดับแรกนั้นเป็นคะแนนเชาวน์ปัญญาของเด็ก 187 คน ซึ่งเด็กทั้งหมดนี้มาจากครอบครัว 37 ครอบครัวซึ่งเป็นข้อมูลในระดับที่สอง เชาวน์ปัญญาทั้ง 6 ด้านประกอบด้วย 2 องค์ประกอบคือ numeric และ perceptior และคาดหวังว่าจะได้ทั้ง 2 องค์ประกอบนี้ในการวิเคราะห์ที่ระดับครอบครัวด้วย แต่ผลการวิเคราะห์ที่ปรากฏว่าในระดับแรกนั้นยืนยันได้ 2 องค์ประกอบ แต่ในระดับครอบครัวนั้นโมเดลสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ทั้งแบบองค์ประกอบเดียวและ 2 องค์ประกอบ แต่ผู้วิจัยเลือกใช้โมเดลที่ง่ายที่สุดคือเลือกโมเดลองค์ประกอบเดียวสำหรับระดับครอบครัว โมเดลการวิเคราะห์หึ่งองค์ประกอบเชิงยืนยันแบบพหุระดับในงานวิจัยนี้สามารถแสดงได้ดังภาพประกอบ 8

ภาพประกอบ 8 โมเดลการวิเคราะห์หึ่งองค์ประกอบเชิงยืนยันแบบพหุระดับ
ในงานวิจัยของ Van Peet



(โมเดลการวิเคราะห์หึ่งองค์ประกอบเชิงยืนยันระดับแรก)



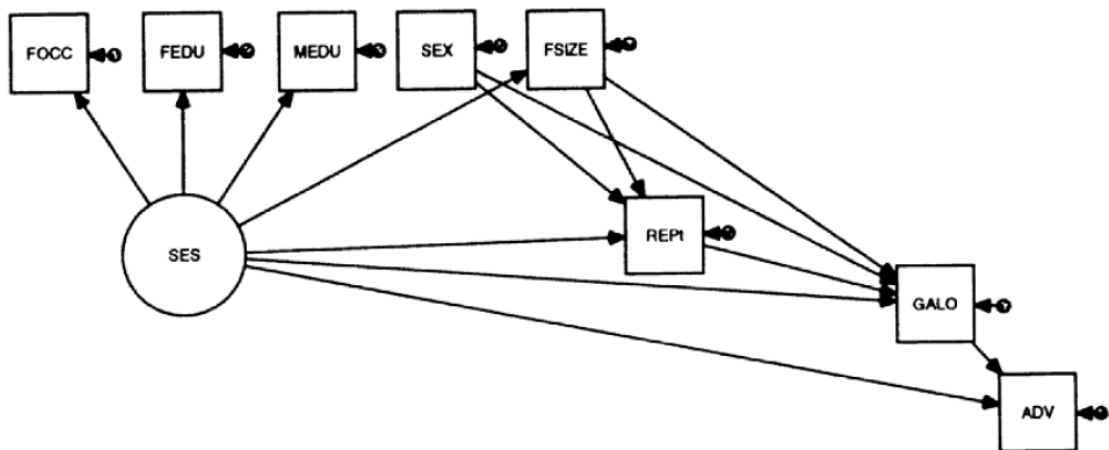
(โมเดลการวิเคราะห์ห้วงค์ประกอบเชิงยืนยันแบบพหุระดับ)

ในตัวอย่างงานวิจัยนี้ สังเกตค่าคงที่ 2.25 ซึ่งจะเป็นรากที่สองของสเกลองค์ประกอบ (scale factor) เป็นการแปลงตัวแปรระดับครอบครัวซึ่งในระดับที่สองให้อยู่ในระดับเดียวกับระดับเด็กที่อยู่ในระดับแรก ซึ่งค่านี้จะถูกกำหนดไว้ให้คงที่ จะไม่มีผลต่อความสอดคล้องของโมเดล แต่มีความจำเป็นเพื่อให้การแปลความหมายผลการวิเคราะห์ถูกต้องยิ่งขึ้น

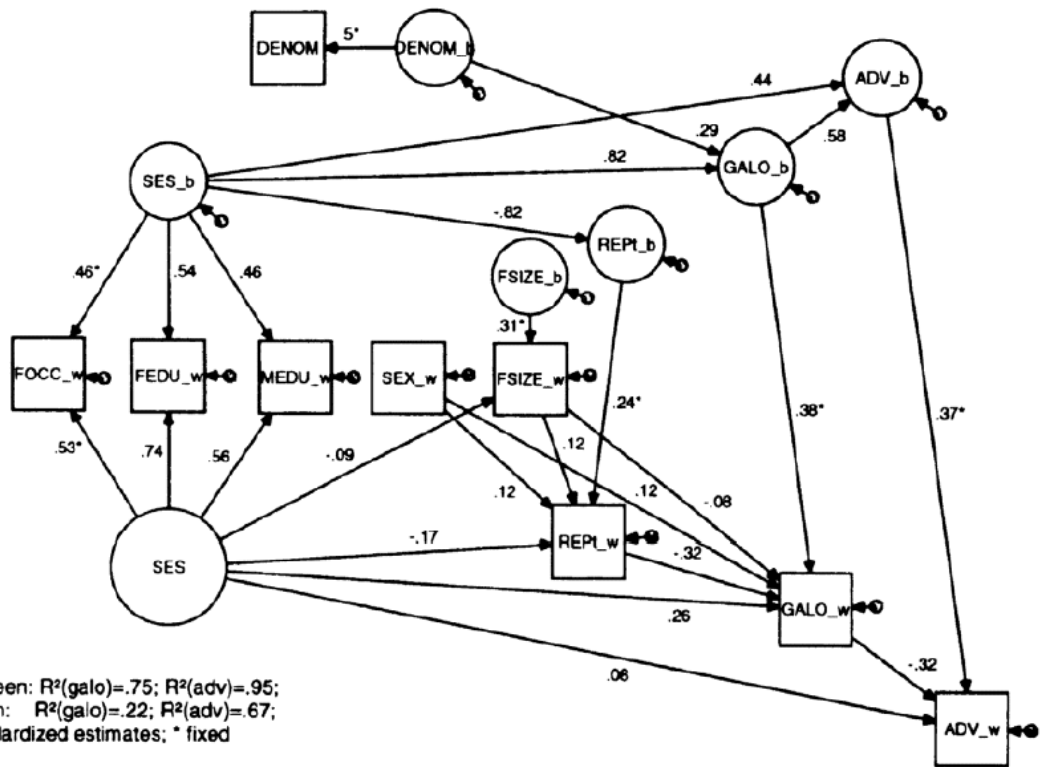
โมเดลการวิเคราะห์เส้นทางแบบพหุระดับ

เป็นโมเดลการวิเคราะห์เส้นทางที่มีการศึกษาความเหตุและผลระหว่างตัวแปรที่อยู่ต่างระดับกัน เช่นงานวิจัยของ Schijf และ Dronkers (1991 ; อ้างอิงใน Hox. 1995) ได้ศึกษาเกี่ยวกับกลุ่มตัวอย่างในระดับนักเรียน 1379 คน จากทั้งหมด 58 โรงเรียน โดยมีตัวแปรในระดับที่ศึกษา คือ สถานะทางอาชีพของบิดา (focc) การศึกษาของบิดา (feduc) การศึกษาของมารดา (meduc) ซึ่งทั้ง 3 ตัวแปรนี้รวมเป็นตัวแปร เศรษฐสังคมของครอบครัว (SES) นอกจากนี้ยังวัดตัวแปรเพศ (sex) ขนาดของครอบครัว (fsize) ซึ่งจะมีผลต่อการเรียนซ้ำชั้น (repeat) ผลสัมฤทธิ์ด้วยแบบทดสอบที่โรงเรียนสร้าง (GALO) และการแนะนำศึกษาต่อของครู (advice) ส่วนตัวแปรในระดับโรงเรียนจะมีเพียงแค่ตัวเดียวคือ ประเภทของโรงเรียน (denom) สามารถแสดงโมเดลการวิเคราะห์เส้นทางแบบพหุระดับได้ดังภาพประกอบ 9

ภาพประกอบ 9 โมเดลการวิเคราะห์เส้นทางในงานวิจัยของ Schijf และ Dronkers



(ระดับนักเรียน)



(โมเดลการวิเคราะห์เส้นทางแบบพหุระดับ)

บทความนี้เป็นเพียงการแนะนำให้ท่านได้รู้จักการวิเคราะห์พหุระดับในระดับเบื้องต้นเท่านั้น ยังมีรายละเอียดต่าง ๆ มากมายที่ท่านสามารถศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมได้จากบรรณานุกรมที่ให้ไว้ท้ายบทความนี้ และเอกสารอื่น ๆ ที่อยู่บนเว็บไซต์ต่าง ๆ ที่ท่านสามารถเลือกค้นคว้าได้ตามความสนใจ



บรรณานุกรม

- นิคม นาคอ้าย. *การพัฒนาเทคนิควิธีวิเคราะห์เชิงสาเหตุแบบพหุระดับ : การประยุกต์ใช้โปรแกรมเอชแอลเอ็ม*. วิทยานิพนธ์ ครุศาสตรมหาบัณฑิต (วิจัยการศึกษา). บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2539.
- ธีรเดช ฉายอรุณ. *การวิเคราะห์พหุระดับ*. เอกสารประกอบคำบรรยาย. 2546. อัดสำเนา.
- พิทักษ์ วงแหวน. *การศึกษาปัจจัยพหุระดับที่ส่งผลต่อพฤติกรรมไม่เรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดศรีสะเกษ*. วิทยานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. 2546.
- สังวร ังตกระโทก. *การใช้โมเดลสมการโครงสร้างพหุระดับตรวจสอบความตรงของโมเดลสมการโครงสร้างแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยครู ปัจจัยโรงเรียน กับความพึงพอใจในการปฏิบัติงานของครู*. วิทยานิพนธ์ ครุศาสตรมหาบัณฑิต (การวัดผลและประเมินผลการศึกษา). บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2541.
- Heck, Ronald H. and Thomas, Scott L. *An Introduction to Multilevel Modeling Techniques*. London : Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 2000.
- Hox, J. J. *Applied Multilevel Analysis*. Amsterdam : TT-Publikaties, 1995.
- Hox, J. J. "Factor analysis of multilevel data : Gauging the Muthen model," *Advance in longitudinal and multivariate analysis in the behavioral sciences*. J. H. L. Oud & R. A. W. van Blokland – Vogelesang (Eds.). p. 141 - 156. 1993.
- Raudenbush, Stephen W. and Bryk, Anthony S. *Hierarchical Linear Models : Application and Data Analysis Methods*. California : SAGE Publications, 2002.
- Snijders, Tom A. B. and Bosker, Roel J. *Multilevel Analysis : An introduction to basic and advanced multilevel modeling*. London : SAGE Publications, 1999.