

การวิเคราะห์พหุระดับ (Multilevel Analysis) ด้วยโปรแกรม HLM 4.01

ฉัตรศิริ ปิยะพิมลสิทธิ์*

ในบทความนี้จะนำเสนอการใช้โปรแกรม HLM 4.01 ในการวิเคราะห์พหุระดับ ด้วยตัวอย่างที่ติดมากับโปรแกรม ซึ่งจะแบ่งออกเป็น 2 ระดับ แต่ละระดับประกอบด้วยตัวแปรดังนี้

ระดับที่ 1 คือระดับนักเรียน

ตัวแปรตามคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (Mathach)

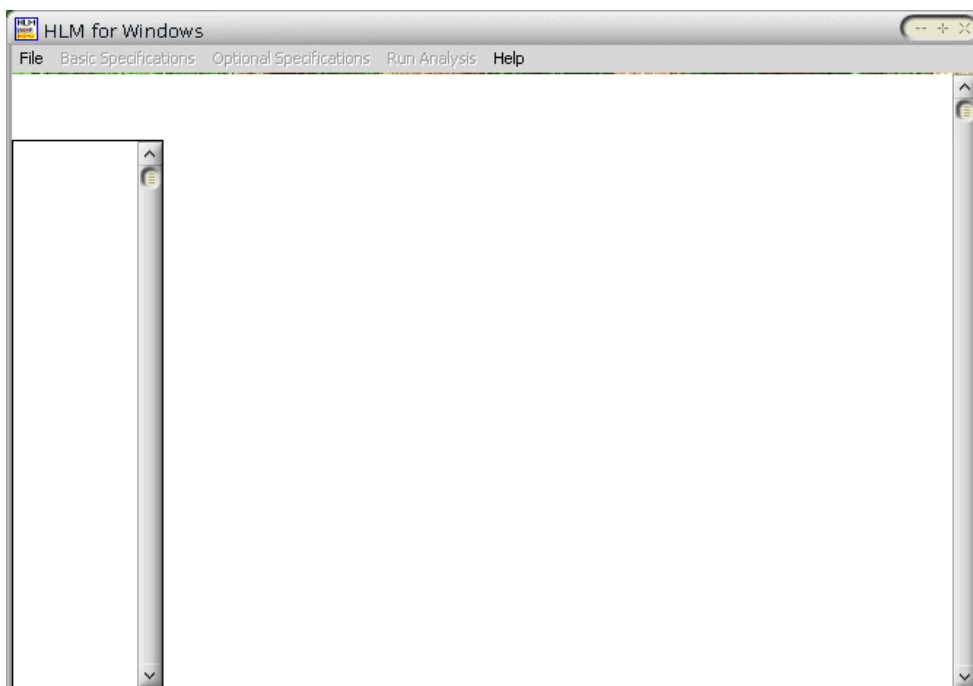
ตัวแปรอิสระคือ Minority, Female และ Ses

ระดับที่ 2 คือระดับห้องเรียน

ตัวแปรตามคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปรอิสระในระดับที่ 1

ตัวแปรอิสระคือ Size, Sector, Pracad, Disclim, Himinty และ Meanses

เริ่มต้นวิเคราะห์ด้วยการเปิดโปรแกรม HLM 4.01 ซึ่งจะมีหน้าต่างภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 หน้าตาของโปรแกรม HLM 4.01 เมื่อคลิกเปิดโปรแกรม

* เว็บไซต์เตอร์วัดผลจุดคอม <http://www.watpon.com/>

เพิ่มข้อมูลตัวอย่างในระดับที่ 1 และระดับที่ 2 อยู่ในแฟ้มชื่อ hsb1.dat และ hsb2.dat ในแต่ละไฟล์ประกอบด้วย

Level 1 ไฟล์ hsb1.dat

ประกอบด้วย 4 ตัวแปรคือ

ตัวแปรตามคือ Mathach

ตัวแปรอิสระคือ Minority, Female และ Ses

และมีรูปแบบข้อมูลคือ (A4,8X,4F12.3)

หมายความว่า ให้โปรแกรมอ่าน ID 4 คอลัมน์ และเว้นไป 8 คอลัมน์ แล้วจึงเริ่มตัวแปรตัวที่ 1 ซึ่งบรรจุอยู่ใน 12 คอลัมน์ โดยใน 12 คอลัมน์นี้จะรวมด้วยทศนิยม 3 ตำแหน่งไว้ด้วย และตัวแปรที่ 2 ถึง 4 ก็อยู่ใน 12 คอลัมน์ ที่รวมทศนิยม 3 ตำแหน่งไว้ด้วย

Level 2 ไฟล์ hsb2.dat

ประกอบด้วย 6 ตัวแปรคือ

ตัวแปรตามคือ ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ได้จากการวิเคราะห์ระดับที่ 1

ตัวแปรอิสระคือ Size, Sector, Pracad, Disclim, Himinty และ Meanses

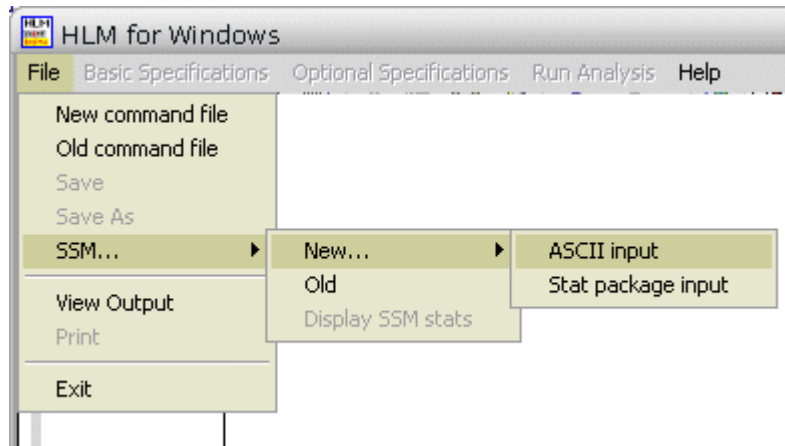
และมีรูปแบบข้อมูลคือ (A4,2X,6F12.3)

หมายความว่า ให้โปรแกรมอ่าน ID 4 คอลัมน์ และเว้นไป 2 คอลัมน์ แล้วจึงเริ่มตัวแปรตัวที่ 1 ซึ่งบรรจุอยู่ใน 12 คอลัมน์ โดยใน 12 คอลัมน์นี้จะรวมด้วยทศนิยม 3 ตำแหน่งไว้ด้วย และตัวแปรที่ 2 ถึง 6 ก็อยู่ใน 12 คอลัมน์ ที่รวมทศนิยม 3 ตำแหน่งไว้ด้วย

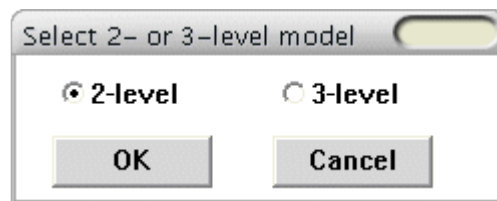
วิธีการให้รหัส ID รหัส ID คือเลข 4 ตัวในคอลัมน์แรก รหัสของห้องเรียนในระดับที่ 2 ห้องเรียนแรก ให้รหัส 1224 นักเรียนทุกคนที่อยู่ในห้องนี้ก็จะมีการมี ID เป็นรหัส 1224 ทุกคน

hsb1.dat	hsb2.dat
1224 0.000 0.000 0.022 4.583	1224 842.000 0.000 0.350 1.597 0.000 -0.428
1224 0.000 0.000 0.332 20.349	1288 1855.000 0.000 0.270 0.174 0.000 0.128
1224 0.000 0.000 0.372 6.714	1296 1719.000 0.000 0.320 -0.137 1.000 -0.420
...	1308 716.000 1.000 0.960 -0.622 0.000 0.534
1288 0.000 0.000 0.032 7.519	1317 455.000 1.000 0.950 -1.694 1.000 0.351
1288 0.000 0.000 0.042 7.416	1358 1430.000 0.000 0.250 1.535 0.000 -0.014
1288 0.000 0.000 0.222 21.437	
...	
1296 0.000 0.000 -0.688 3.052	
1296 1.000 0.000 0.352 10.840	
1296 1.000 0.000 0.392 11.026	
...	

ให้เริ่มคลิกนำเข้าข้อมูลโดยเลือกเมนูหลักไฟล์ เมนูรอง SSM... เมื่อย่อย NEW และ ASCII Input ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 การนำเข้าข้อมูลที่อยู่ในรูปของแอสกี (ASCII) ไฟล์ และจะปรากฏหน้าต่างดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 เลือกว่าต้องการวิเคราะห์กี่ระดับ

โปรแกรมถามว่าข้อมูลที่น่าเข้ามาวิเคราะห์มีกี่ระดับ ในที่นี้เราต้องการวิเคราะห์ 2 ระดับ ให้คลิกเลือกที่ 2-level และคลิกปุ่ม OK จะปรากฏหน้าต่าง Make New SSM File From ASCII data ดังภาพประกอบ 4

The screenshot shows a dialog box titled "Make New SSM File From ASCII data". It contains the following sections and controls:

- Response File:** A text field for "Response File Name" with a "Browse" button, and a text field for "SSM File Name (You will want to use a .ssm suffix.)" with a "Save Response File" button.
- Level-1 Specification:** A text field for "Level-1 File Name" with a "Browse" button, a text field for "Number of Variables", a "Missing Data" button, a text field for "Data Format (FORTRAN-Style)" with a "Labels" button, and a "Weighting (optional)" section with a "Weight Variable" text field, radio buttons for "Weights already normalized?" (Yes/No), and radio buttons for "Level of generalization" (1/2).
- Level-2 Specification:** A text field for "Level-2 File Name" with a "Browse" button, a text field for "Number of Variables", a text field for "Data Format (FORTRAN-Style)" with a "Labels" button, and a "Weighting (optional)" section with a "Weight Variable" text field, radio buttons for "Weights already normalized?" (Yes/No), and radio buttons for "Level of generalization" (1/2).

Buttons for "OK", "Cancel", and "Make SSM" are located on the right side of the dialog.

ภาพประกอบ 4 หน้าต่าง Make New SSM File From ASCII data

ในหน้าต่างนี้เราต้องสร้างไฟล์ .ssm เพื่อใช้ในการวิเคราะห์พหุระดับ ในช่อง SSM File Name ให้ตั้งชื่อ สมมติว่าชื่อ hsbdat.ssm

ในส่วนของ Level-1 Specification ให้ใส่ชื่อแฟ้มข้อมูล hsb1.dat ในช่อง Level-1 File Name หรือคลิกที่ปุ่ม Browse เพื่อเลือกไฟล์ข้อมูลของ Level-1 ก็ได้ จากนั้นใส่จำนวนตัวแปรของไฟล์ hsb1.dat ซึ่งมี 4 ตัวแปรในช่อง Number of Variables และในช่อง Data Format (Fortran Style) ให้ใส่รูปแบบของข้อมูลที่ป้อนในไฟล์ hsb1.dat คือ (A4,8X,4F12.3) และคลิกที่ปุ่ม Labels เพื่อตั้งชื่อตัวแปร 4 ตัวตามลำดับที่ป้อนข้อมูล ดังภาพประกอบ 5

	Missing Value		Missing Value
Variable 1:	MINORITY		
Variable 2:	FEMALE		
Variable 3:	SES		
Variable 4:	MATHACH		
Variable 5:			
Variable 6:			
Variable 7:			
Variable 8:			
Variable 9:			
Variable 10:			
Variable 11:			
Variable 12:			
Variable 13:			
Variable 14:			
Variable 15:			
Variable 16:			
Variable 17:			
Variable 18:			
Variable 19:			
Variable 20:			
Variable 21:			
Variable 22:			
Variable 23:			
Variable 24:			

ภาพประกอบ 5 การตั้งชื่อตัวแปรใน Level-1

ถ้ามีการป้อนค่า Missing Value ก็ให้ใส่รหัสของ Missing Value ด้วย คลิกปุ่ม OK เพื่อเข้าสู่การตั้งค่าใน Level-2

ในส่วนของ Level-2 Specification ก็ทำเช่นกันกับ Level-1 โดยให้ใส่ชื่อแฟ้มข้อมูล hsb2.dat ในช่อง Level-1 File Name หรือคลิกที่ปุ่ม Browse เพื่อเลือกไฟล์ข้อมูลของ Level-2 ก็ได้ จากนั้นใส่จำนวนตัวแปรของไฟล์ hsb2.dat ซึ่งมี 6 ตัวแปรในช่อง Number of Variables และในช่อง Data Format (Fortran Style) ให้ใส่รูปแบบของข้อมูลที่ป้อนในไฟล์ hsb1.dat คือ (A4,2X,6F12.3) และคลิกที่ปุ่ม Labels เพื่อตั้งชื่อตัวแปร 6 ตัวตามลำดับที่ป้อนข้อมูล ดังภาพประกอบ 6 แล้วคลิก OK

ภาพประกอบ 6 การตั้งชื่อตัวแปรใน Level-2

ด้านบนจะเห็นส่วนของ Response File ก็คือการบันทึกข้อมูลในหน้าต่าง Make New SSM File From ASCII data เก็บเอาไว้เพื่อกันลืม โดยคลิกปุ่ม Save Response File และตั้งชื่อที่ต้องการ

ผลของการป้อนค่าต่าง ควรจะเป็นดังภาพประกอบ 7

ภาพประกอบ 7 ผลการป้อนค่าต่าง ๆ เพื่อนำเข้าข้อมูลไปสร้างไฟล์ SSM

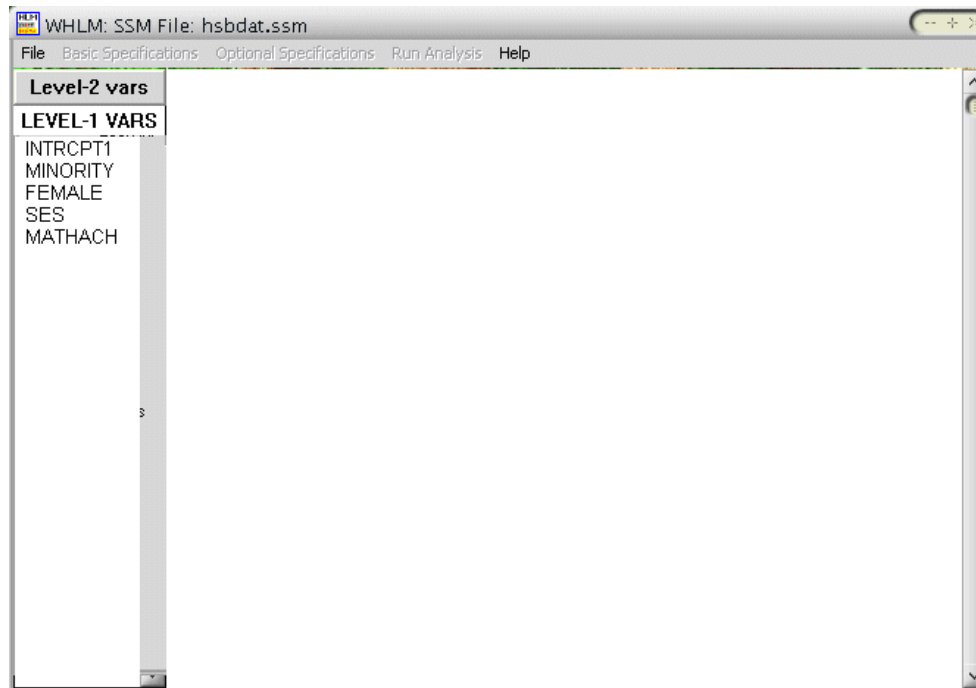
เมื่อตรวจสอบการป้อนค่าต่าง ๆ ถูกต้องแล้ว คลิกที่ปุ่ม Make SSM โปรแกรมจะสร้างไฟล์ hsbdat.ssm โดยการใช้ผลการสร้างไฟล์ในหน้าต่างบน DOS ชั่วครู่แล้วหายไป จากนั้นคลิกที่ OK เพื่อปิดหน้าต่าง Make New SSM File From ASCII data

ในขั้นตอนนี้โปรแกรมได้สร้างไฟล์ขึ้นมาไฟล์หนึ่งชื่อ HLM2SSM.STS สามารถเปิดได้ด้วยโปรแกรม Notepad หรือ Wordpad เป็นไฟล์ที่ใช้ในการเก็บค่าสถิติพื้นฐานของตัวแปรในทั้ง 2 ระดับดังผลลัพธ์ต่อไปนี้

LEVEL-1 DESCRIPTIVE STATISTICS					
VARIABLE NAME	N	MEAN	SD	MINIMUM	MAXIMUM
MINORITY	7185	0.27	0.45	0.00	1.00
FEMALE	7185	0.53	0.50	0.00	1.00
SES	7185	0.00	0.78	-3.76	2.69
MATHACH	7185	12.75	6.88	-2.83	24.99
LEVEL-2 DESCRIPTIVE STATISTICS					
VARIABLE NAME	N	MEAN	SD	MINIMUM	MAXIMUM
SIZE	160	1097.82	629.51	100.00	2713.00
SECTOR	160	0.44	0.50	0.00	1.00
PRACAD	160	0.51	0.26	0.00	1.00
DISCLIM	160	-0.02	0.98	-2.42	2.76
HIMINTY	160	0.28	0.45	0.00	1.00
MEANSES	160	0.00	0.41	-1.19	0.83

ผลลัพธ์ที่ได้คือ ค่าสถิติพื้นฐานรายตัวแปรในทั้งสองระดับ ประกอบด้วยจำนวนหน่วยในแต่ละระดับ (N) ค่าเฉลี่ย (MEAN) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) ค่าต่ำสุด (MINIMUM) และค่าสูงสุด (MAXIMUM)

จากนั้นเปิดแฟ้ม .SSM ที่สร้างขึ้นด้วยเมนู File และเลือกเมนู SSM และเมนู Old และเลือกแฟ้มที่ชื่อว่า hsbdat.ssm จะปรากฏหน้าต่างดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 ผลการรันไฟล์ hsbdat.ssm ที่สร้างขึ้น

การวิเคราะห์โมเดลว่าง (Null Model)

ในข้อมูลชุดนี้ตัวแปรตามคือ Mathach คลิกเลือกตัวแปร Mathach และคลิกเลือกให้เป็นตัวแปรตามโดยเลือกที่เมนู Outcome Variable จะปรากฏเป็นสมการดังภาพประกอบ 9

LEVEL 1 MODEL (bold: group-mean centering; bold italic: grand-mean centering)

$$\text{MATHACH} = \beta_0 + r$$

LEVEL 2 MODEL (bold italic: grand-mean centering)

Error term for currently selected level-2 equation

$\beta_0 = \gamma_{00} + u_0$

ภาพประกอบ 9 Null Model

เมื่อได้ตัวแปรตามแล้วต้องทำการทดสอบตัวแปรตามก่อนว่ามีความแปรปรวนมากพอที่จะวิเคราะห์พหุระดับหรือไม่ วิธีการวิเคราะห์ให้คลิกที่เมนู Basic Specification จะปรากฏหน้าต่างดังภาพประกอบ 10

ภาพประกอบ 10 หน้าต่าง Basic Model Specifications

Number of iterations (จำนวนรอบของการคำนวณซ้ำ) คือจำนวนสูงสุดของการคำนวณซ้ำ ถ้าการวิเคราะห์เสร็จสิ้นก่อนครบรอบการคำนวณซ้ำ โปรแกรมจะหยุดการคำนวณ ดังนั้น ควรจะกำหนดค่าที่เหมาะสมในการคำนวณซ้ำ (ปัญหาโดยมากจะคำนวณเสร็จสิ้นภายใน 100 รอบ) ถ้าผลลัพธ์ในไฟล์ output บอกว่าการคำนวณเสร็จสิ้นที่จำนวนรอบพอดีกับที่ระบุเอาไว้ ควรจะตั้งค่าการคำนวณซ้ำให้มากกว่านี้และวิเคราะห์ซ้ำอีกครั้ง

of OLS estimates shown (แสดงการประมาณค่าจำนวนของ OLS) คือจำนวนการประมาณค่า OLS ที่แสดงเป็นค่าเริ่มต้นอยู่ในหัวข้อในไฟล์ผลลัพธ์ ซึ่งตรงนี้ไม่มีผลต่อการวิเคราะห์แต่อย่างใด

% change to stop iteration ถ้าเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงในฟังก์ชัน Likelihood มีค่าต่ำกว่าจำนวนที่กำหนดไว้นี้ โปรแกรมจะหยุดคำนวณซ้ำ

How to handle bad Tau(0) ตัวเลือกนี้เกือบจะไม่ต้องเปลี่ยนแปลง คือจะเป็น automatic fixup เสมอ ซึ่งโปรแกรมจะปรับเองให้เหมาะกับข้อมูลที่วิเคราะห์

Type of Likelihood ถ้าวิเคราะห์เพียง 2 ระดับแล้ว ตัวเลือกจะมีแค่ restricted หรือ full estimation of the maximum likelihood ซึ่งถ้าเลือก Full โปรแกรมจะคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ T และ σ^2

และสุดท้ายปุ่ม Create Residual File โปรแกรมจะสร้างไฟล์เก็บค่า Residual จากการวิเคราะห์ให้อยู่ในรูปของไฟล์ SYSTAT หรือ SAS หรือ SPSS

ให้ตั้งชื่อเพิ่มผลลัพธ์ในช่อง Output file name ในที่ตั้งว่า hsb1.out และ Title ตั้งว่า hsb และคลิกปุ่ม OK จากนั้นคลิกที่เมนู File และเลือกเมนู Save As เพื่อตั้งชื่อ File ของการวิเคราะห์ครั้งนี้ ในที่ตั้งชื่อว่า hsb1.hlm แล้วคลิก Save

จากนั้นทำการวิเคราะห์โดยคลิกเมนู Run Analysis จะปรากฏหน้าต่าง DOS โปรแกรม จะประมวลผลวิเคราะห์สักครู่ เมื่อหน้าต่าง DOS หายไป ให้คลิกดูผลลัพธ์ได้โดยใช้เมนู File และเมนู View Output จะปรากฏหน้าต่างของโปรแกรม Notepad แสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์

ตาราง 1 ผลการวิเคราะห์โมเดลว่าง (Null Model)

Random level-1 coefficient		Reliability estimate			
INTRCPT1, B0		0.901			
The value of the likelihood function at iteration 4 = -2.355932E+004					
The outcome variable is MATHACH					
Final estimation of fixed effects:					
Fixed Effect	Coefficient	Standard Error	T-ratio	P-value	
For INTRCPT1, B0					
INTRCPT2, G00	12.636972	0.244412	51.704	0.000	
Final estimation of variance components:					
Random Effect	Standard Deviation	Variance Component	df	Chi-square	P-value
INTRCPT1, level-1, U0	2.93501	8.61431	159	1660.23264	0.000
R	6.25686	39.14831			
Statistics for current covariance components model					
Deviance = 47118.63135					
Number of estimated parameters = 2					

การวิเคราะห์โมเดลว่างนี้จะวิเคราะห์เป็นอันดับแรกเพื่อจะพัฒนาไปสู่การวิเคราะห์โมเดลพหุระดับเต็มรูปแบบ เป็นการแสดงความแปรปรวนของตัวแปรตามภายในระดับและระหว่างระดับ โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) กับโมเดลอิทธิพลสุ่ม (random effects model) ซึ่งจะไม่มีตัวแปรในระดับที่ 1 และ 2 นำเข้าวิเคราะห์ จะมีสมการในระดับที่ 1 สมการในระดับที่ 2 และสมการพหุระดับดังนี้

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + r_{ij} \quad \text{สมการระดับที่ 1}$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \quad \text{สมการระดับที่ 2}$$

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + r_{ij} \quad \text{สมการพหุระดับ}$$

ผลที่ได้จากการวิเคราะห์โมเดลว่างนี้เป็นส่วนของข้อมูลที่สำคัญ ประการแรก ผลของโมเดลว่างนี้จะประมาณค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับทุกหน่วย

ห้องเรียน ประการที่สอง โมเดลว่างจะวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม (total variation) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียน (ระดับที่ 1) (r_{ij}) และระหว่างห้องเรียน (ระดับที่ 2) (u_{0j}) ประการที่สาม โมเดลว่างจะบ่งบอกถึงการวัดความสัมพันธ์ภายในห้องเรียนแต่ละห้องโดยใช้การวิเคราะห์ Intraclass Correlation ประการที่สี่ โมเดลว่างจะวิเคราะห์ความเชื่อมั่น (reliability) ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละห้องเรียน และประการสุดท้าย โมเดลจะวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยสำหรับการทดสอบสมมติฐานว่าทุกห้องเรียนมีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกันหรือไม่

ผลลัพธ์ได้จากการวิเคราะห์โมเดลว่างในตาราง 1 ข้างต้นนี้ เป็นการประมาณค่า Maximum likelihood สำหรับค่าเฉลี่ยรวมของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เท่ากับ 12.636972 กับความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน 0.244412 ประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับ 95% ได้

$$12.636972 \pm 1.96(0.244412) = (11.89, 13.116)$$

ประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน (variance components) ในระดับนักเรียนได้

$$\text{Var}(r_{ij}) = \sigma^2 = 39.14831$$

องค์ประกอบความแปรปรวนในระดับห้องเรียนคือ τ_{00} มีค่าเท่ากับ 8.61431

สามารถใช้องค์ประกอบความแปรปรวนในการคำนวณสหสัมพันธ์ภายในชั้น (intraclass correlation : ρ) โดยใช้ σ^2 และ τ_{00} นำมาคำนวณด้วยสมการ

$$\rho = \frac{\tau_{00}}{(\tau_{00} + \sigma^2)}$$

ค่าสำหรับองค์ประกอบความแปรปรวนระดับนักเรียนคือ σ^2 และองค์ประกอบความแปรปรวนระดับห้องเรียนคือ τ_{00} (ในผลลัพธ์ข้างต้นนี้ τ_{00} ก็คือ U_0 และ σ^2 ก็คือ R) ค่ารวมสหสัมพันธ์ภายในชั้น (intraclass correlation) ได้ค่า

$$\rho = \frac{8.61431}{(8.61431 + 39.14831)} = 0.18035673$$

ค่าสหสัมพันธ์ภายในชั้น เป็นสัดส่วนของความแปรปรวนในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สามารถอธิบายได้ด้วยระดับของกลุ่ม

จากนั้นทดสอบนัยสำคัญขององค์ประกอบความแปรปรวนในระดับห้องเรียน (τ_{00}) ว่าแตกต่างจากศูนย์หรือไม่ ถ้าไม่มีนัยสำคัญ ก็แสดงว่าทุก ๆ ห้องเรียนมีค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน ($H_0: \tau_{00} = 0$) การทดสอบใช้การแจกแจงไคสแควร์ ที่องศาแห่งความเป็นอิสระ $j - 1$ (เมื่อ j คือจำนวนกลุ่มในระดับที่สอง) ซึ่งผลการวิเคราะห์ให้ค่าไคสแควร์ 1660.23264 ($df = 159$) มีนัยสำคัญทางสถิติ ($p < .01$) ในกรณีนี้เราจะปฏิเสธสมมติฐานศูนย์ (H_0) นั่นคือ ค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละห้องเรียนแตกต่างกัน จึงต้อง

ดำเนินการวิเคราะห์พหุระดับในโมเดลระดับที่ 1 เพื่อทดสอบว่ามีตัวแปรอิสระใดบ้างในระดับนักเรียนที่มีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละห้องเรียนแตกต่างกัน

ข้อมูลที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่ให้อยู่ในตาราง 1 คือการประมาณค่าคะแนนเฉลี่ยรวมของนักเรียนมีค่าเท่ากับ 12.636972 (fix effect) มีหลักฐานการวิเคราะห์ intraclass correlation ว่าค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จะแปรเปลี่ยนไปในแต่ละห้องเรียน ความเชื่อมั่น (reliability) ของค่าเฉลี่ยกลุ่มตัวอย่างสำหรับทุกโรงเรียนเป็นการประมาณค่าสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่สามารถประเมินได้จากข้อมูลที่รวบรวมมาจากองค์ประกอบความแปรปรวน เพราะว่ขนาดของกลุ่มตัวอย่างในแต่ละห้องเรียนแตกต่างกัน ความเชื่อมั่นนี้จะแปรเปลี่ยนไปในแต่ละห้องเรียน ความเชื่อมั่นภายในห้องเรียนห้องหนึ่งสามารถประมาณค่าได้จากสมการ

$$\lambda_j = \frac{\tau_{00}}{\tau_{00} + (\sigma^2 / n_j)}$$

ในตัวอย่างนี้ ห้องเรียนห้องแรกมีนักเรียน 47 คน สามารถคำนวณความเชื่อมั่นของห้องเรียนแรก ได้ค่า

$$\lambda = \frac{8.61431}{(8.61431 + (39.14831 / 47))} = 0.911832$$

ผลจากการคำนวณความเชื่อมั่นรายห้องเรียน ถ้าจำนวนนักเรียนในแต่ละห้องมีมาก ความเชื่อมั่นก็จะสูง ถ้าจำนวนนักเรียนมีน้อย ความเชื่อมั่นก็จะต่ำ สามารถคำนวณหาความเชื่อมั่นเฉลี่ยภายในหน่วยห้องเรียนได้ด้วยสมการ

$$\lambda = \frac{\sum \lambda_i}{j}$$

ค่าเฉลี่ยความเชื่อมั่นภายในหน่วยห้องเรียนทั้ง 160 ห้องเรียน ได้ค่า $\lambda = 0.901$ อยู่ด้านบนสุดของตาราง 1 เป็นตัวบ่งชี้ว่าค่าเฉลี่ยที่สังเกตได้มีแนวโน้มจะเชื่อมั่นได้ว่าเป็นตัวบ่งชี้ของค่าเฉลี่ยที่แท้จริง

การวิเคราะห์โมเดลระดับที่ 1 (Level-1 Model)

วิเคราะห์โมเดลระดับที่ 1 (Level-1 Model) จัดตัวแปรอิสระใส่สมการ โดยคลิกที่ตัวแปรอิสระแต่ละตัว และเลือกชนิดของข้อมูลนำเข้าว่าจะใช้ผลต่างของคะแนนดิบกับคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม (add variable group centered : $X_{ij} - \bar{X}_j$) หรือใช้ผลต่างของคะแนนดิบกับคะแนนเฉลี่ยรวมทั้งระดับ (add variable grand centered : $X_{ij} - \bar{X}$) หรือใช้คะแนนดิบในการคำนวณโดยตรง (add variable uncentered) ในตัวอย่างนี้จะเลือกใช้ผลต่างของคะแนนดิบกับคะแนนเฉลี่ยรวมทั้งระดับ (add variable grand centered) จะได้โมเดลดังภาพประกอบ 11

LEVEL 1 MODEL (bold: group-mean centering; bold italic: grand-mean centering)
 $MATHACH = \beta_0 + \beta_1(MINORITY) + \beta_2(FEMALE) + \beta_3(SES) + r$

LEVEL 2 MODEL (bold italic: grand-mean centering)

Error term for currently selected level-2 equation

$\beta_0 = \gamma_{00} + u_0$

$\beta_1 = \gamma_{10} + u_1$

$\beta_2 = \gamma_{20} + u_2$

$\beta_3 = \gamma_{30} + u_3$

ภาพประกอบ 11 โมเดลการวิเคราะห์ Level-1 Model

จากนั้นวิเคราะห์โมเดลในระดับที่ 1 โดยคลิกที่เมนู Basic Specification ตั้งชื่อ File Output ว่าเป็น hsb2.out และ Title เป็น hsb2 จากนั้นคลิกที่เมนู File และเลือกเมนู Save As เพื่อตั้งชื่อ File ของการวิเคราะห์ครั้งนี้ ในที่ตั้งชื่อว่า hsb2.hlm แล้วคลิก Save

แล้วทำการวิเคราะห์โดยคลิกเมนู Run Analysis จะปรากฏหน้าต่าง DOS โปรแกรมจะประมวลผลวิเคราะห์สักครู่ เมื่อหน้าต่าง DOS หายไป ให้คลิกดูผลลัพธ์ได้โดยใช้เมนู File และเมนู View Output จะปรากฏหน้าต่างของโปรแกรม Notepad แสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์

ตาราง 2 ผลลัพธ์จากการวิเคราะห์โมเดลระดับที่ 1

Random level-1 coefficient	Reliability estimate			

INTRCPT1, B0	0.655			
MINORITY, B1	0.079			
FEMALE, B2	0.202			
SES, B3	0.117			
The value of the likelihood function at iteration 4024 = -2.318855E+004				
The outcome variable is MATHACH				
Final estimation of fixed effects:				

Fixed Effect	Coefficient	Standard Error	T-ratio	P-value

For INTRCPT1, B0				
INTRCPT2, G00	12.644356	0.167559	75.462	0.000
For MINORITY slope, B1				
INTRCPT2, G10	-3.060458	0.223644	-13.684	0.000
For FEMALE slope, B2				
INTRCPT2, G20	-1.234230	0.182399	-6.767	0.000
For SES slope, B3				
INTRCPT2, G30	2.085822	0.113415	18.391	0.000

Final estimation of variance components:						
Random Effect		Standard Deviation	Variance Component	df	Chi-square	P-value
INTRCPT1,	U0	1.87330	3.50925	99	353.64272	0.000
MINORITY slope,	U1	0.81909	0.67091	99	122.78676	0.053
FEMALE slope,	U2	0.96837	0.93775	99	121.25724	0.064
SES slope,	U3	0.51313	0.26330	99	110.64359	0.199
level-1,	R	5.95896	35.50926			

Statistics for current covariance components model

Deviance = 46377.09964
Number of estimated parameters = 11

ในระดับที่ 1 นี้เราต้องทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับตัวแปร Minority, Female และ SES โมเดลระดับที่ 1 คือ

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(\text{Minority}) + \beta_{2j}(\text{Female}) + \beta_{3j}(\text{SES}) + r_{ij}$$

โมเดลระดับที่ 2 คือ

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$$

$$\beta_{2j} = \gamma_{20} + u_{2j}$$

$$\beta_{3j} = \gamma_{30} + u_{3j}$$

โมเดลสมการพหุระดับคือ

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}(\text{Minority}) + \gamma_{20}(\text{Female}) + \gamma_{30}(\text{SES})$$

$$+ u_{0j} + u_{1j}(\text{Minority}) + u_{2j}(\text{Female}) + u_{3j}(\text{SES}) + r_{ij}$$

ผลการวิเคราะห์โมเดลในระดับที่ 1 นี้ ผลของอิทธิพลคงที่ (Fixed effects) เป็นการทดสอบสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปรอิสระแต่ละตัวว่ามีนัยสำคัญหรือไม่ จากผลการวิเคราะห์นี้พบว่าค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีค่าเท่ากับ 12.644356 ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปร Minority มีค่า -3.060458 ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปร Female มีค่า -1.23423 และค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปร SES มีค่า 2.085822 ซึ่งส่งผลต่อตัวแปรตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ($P = 0.000$) จากผลการวิเคราะห์นี้พบว่า นักเรียนแต่ละคนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน เนื่องมาจากตัวแปรอิสระระดับนักเรียนทั้งสามตัวคือ Minority, Female และ SES

สัดส่วนของความแปรปรวนในคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สามารถอธิบายได้ด้วยโมเดลในระดับที่ 1 คำนวณได้ด้วยสมการ

$$\text{สัดส่วนของความแปรปรวนใน } \beta_{0j} = \frac{\tau_{00}(\text{randomANOVA}) - \tau_{00}(\text{Level1})}{\tau_{00}(\text{randomANOVA})}$$

จากผลการวิเคราะห์โมเดลว่างและโมเดลระดับที่ 1 คำนวณหาสัดส่วนของความแปรปรวนในคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างห้องเรียนที่สามารถอธิบายได้ด้วยโมเดลระดับที่ 1 ได้ค่า $(8.61431 - 3.50925)/8.61431 = 0.5926$ นั่นคือประมาณ 59.26% ของความแปรปรวนคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถอธิบายได้ด้วยตัวแปรในระดับที่ 1

ผลการวิเคราะห์อิทธิพลสุ่มเป็นการทดสอบ ค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละห้องเรียนแตกต่างกันหรือไม่ ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของ Minority, Female และ SES ในแต่ละห้องเรียนแตกต่างกันหรือไม่ จากผลการวิเคราะห์พบว่าค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในแต่ละห้องเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ($P = 0.000$) นั่นคือค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละห้องเรียนแตกต่างกัน ส่วนค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของ Minority, Female และ SES ในแต่ละห้องเรียนไม่แตกต่างกัน

นั่นแสดงว่าควรใช้วิธีการวิเคราะห์พหุระดับเพื่อศึกษาว่ามีตัวแปรอื่น ๆ ในระดับที่สูงขึ้นไปส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละห้องเรียนหรือไม่

ดังนั้นจึงต้องทำการวิเคราะห์พหุระดับในระดับห้องเรียน (Level – 2) โดยให้ค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นตัวแปรตามในการวิเคราะห์ระดับห้องเรียน

การวิเคราะห์โมเดลระดับที่ 2 (Level-2 Model)

การวิเคราะห์ในระดับห้องเรียน ตัวแปรตามก็คือ ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ คลิ๊กให้เกิดกากบาทหน้ากล่องของโมเดล β_0 (คือค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในแต่ละห้องเรียน) จากนั้นคลิ๊กที่ปุ่ม Level2-vars ทางช่องด้านซ้าย จะปรากฏชุดตัวแปรอิสระสำหรับระดับที่ 2 จากนั้นคลิ๊กเลือกตัวแปรอิสระในระดับที่ 2 แต่ละตัวไปใส่ในสมการทางขวา โดยเลือกชนิดของข้อมูลนำเข้าว่าจะใช้ผลต่างของคะแนนดิบกับคะแนนเฉลี่ยรวมทั้งระดับ (add variable grand centered : $X_{ij} - \bar{X}$) หรือใช้คะแนนดิบในการคำนวณโดยตรง (add variable uncentered) ในตัวอย่างนี้จะเลือกใช้ผลต่างของคะแนนดิบกับค่าเฉลี่ยรวมทั้งระดับ (add variable grand centered) ในการคำนวณ จะได้โมเดลดังภาพประกอบ 12

LEVEL 1 MODEL (bold: group-mean centering; bold italic: grand-mean centering)

$$\text{MATHACH} = \beta_0 + \beta_1(\text{MINORITY}) + \beta_2(\text{FEMALE}) + \beta_3(\text{SES}) + r$$

LEVEL 2 MODEL (bold italic: grand-mean centering)

Error term for currently selected level-2 equation

$$\beta_0 = \gamma_{00} + \gamma_{01}(\text{SIZE}) + \gamma_{02}(\text{SECTOR}) + \gamma_{03}(\text{PRACAD}) + \gamma_{04}(\text{DISCLIM}) + \gamma_{05}(\text{HIMINTY}) + \gamma_{06}(\text{MEANSES}) + u_0$$

$$\square \beta_1 = \gamma_{10} + u_1$$

$$\square \beta_2 = \gamma_{20} + u_2$$

$$\square \beta_3 = \gamma_{30} + u_3$$

ภาพประกอบ 12 โมเดลการวิเคราะห์ Level-2 Model

จากนั้นวิเคราะห์โมเดลสมมติฐาน โดยคลิกที่เมนู Basic Specification ตั้งชื่อ File Output ว่าเป็น hsb3.out และ Title ให้ตั้งว่า hsb3 จากนั้นคลิกที่เมนู File และเลือกเมนู Save As เพื่อตั้งชื่อ File ของการวิเคราะห์ครั้งนี้ ในที่ตั้งชื่อว่า hsb3.hlm แล้วคลิก Save

แล้วทำการวิเคราะห์โดยคลิกเมนู Run Analysis จะปรากฏหน้าต่าง DOS โปรแกรมจะประมวลผลวิเคราะห์สักครู่ เมื่อหน้าต่าง DOS หายไป ให้คลิกดูผลลัพธ์โดยใช้เมนู File และเมนู View Output จะปรากฏหน้าต่างของโปรแกรม Notepad แสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์

Random level-1 coefficient		Reliability estimate			
INTRCPT1, B0		0.426			
MINORITY, B1		0.129			
FEMALE, B2		0.169			
SES, B3		0.128			
The value of the likelihood function at iteration 4003 = -2.314476E+004					
The outcome variable is MATHACH					
Final estimation of fixed effects:					
Fixed Effect	Coefficient	Standard Error	T-ratio	P-value	
For INTRCPT1, B0					
INTRCPT2, G00	12.552102	0.119405	105.122	0.000	
SIZE, G01	0.000682	0.000216	3.161	0.002	
SECTOR, G02	0.787630	0.389112	2.024	0.043	
PRACAD, G03	2.652456	0.823389	3.221	0.002	
DISCLIM, G04	-0.410649	0.181419	-2.264	0.024	
HIMINTY, G05	0.177932	0.322224	0.552	0.580	
MEANSES, G06	1.392595	0.453233	3.073	0.003	
For MINORITY slope, B1					
INTRCPT2, G10	-3.065420	0.235386	-13.023	0.000	
For FEMALE slope, B2					
INTRCPT2, G20	-1.270075	0.174556	-7.276	0.000	

For	SES slope, B3					
	INTRCPT2, G30	1.887752	0.117069	16.125	0.000	
Final estimation of variance components:						

Random Effect		Standard	Variance	df	Chi-square	P-value
		Deviation	Component			

INTRCPT1,	U0	1.11936	1.25297	93	192.98894	0.000
MINORITY slope,	U1	1.08462	1.17640	99	122.99969	0.051
FEMALE slope,	U2	0.86595	0.74987	99	121.78990	0.060
SES slope,	U3	0.53804	0.28949	99	113.20081	0.156
level-1,	R	5.95241	35.43122			
Statistics for current covariance components model						

Deviance = 46289.51539						
Number of estimated parameters = 11						

สมการโมเดลระดับที่ 1 คือ

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(\text{Minority}) + \beta_{2j}(\text{Female}) + \beta_{3j}(\text{SES}) + r_{ij}$$

ส่วนสมการโมเดลในระดับที่ 2 เปลี่ยนแปลงไปเมื่อรวมตัวแปรในระดับที่ 2 เข้าสมการจะได้

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(\text{Size}) + \gamma_{02}(\text{Sector}) + \gamma_{03}(\text{Pracad}) + \gamma_{04}(\text{Disc lim}) + \gamma_{06}(\text{Meanses}) + u_{0j}$$

ผลการวิเคราะห์อิทธิพลคงที่ เมื่อใช้ค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นตัวแปรตามพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีค่า 12.552102 มีนัยสำคัญทางสถิติ ตัวแปรในระดับที่ 2 ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ มี 5 ตัวแปรคือ คือ Size, Sector, Pracad, Disc lim และ Meanses มีค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเท่ากับ 0.000682, 0.787630, 2.652456, -0.410649 และ 1.392595 ตามลำดับ

สำหรับการทดสอบอิทธิพลสุ่ม (random effects) พบว่าค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์รายห้องเรียน มีความแปรปรวนระหว่างห้องเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่ายังมีตัวแปรอื่น ๆ ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละห้องเรียน

สมการโมเดลพหุระดับเต็มรูปแบบสามารถเขียนได้ว่า

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(\text{Size}) + \gamma_{02}(\text{Sector}) + \gamma_{03}(\text{Pracad}) + \gamma_{04}(\text{Disc lim}) + \gamma_{06}(\text{Meanses}) + \beta_{1j}(\text{Minority}) + \beta_{2j}(\text{Female}) + \beta_{3j}(\text{SES}) + u_{0j} + r_{ij}$$

สัดส่วนของความแปรปรวนในคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายได้ด้วยโมเดลพหุระดับคือ $(8.61431 - 1.25297)/8.61431 = 0.8545$ นั่นคือโมเดลพหุระดับสามารถอธิบายความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างห้องเรียนได้ 85.45%

การทดสอบความสอดคล้องของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์

ค่าสถิติอีกตัวหนึ่งที่ยังไม่ได้กล่าวถึงคือ Deviance หมายถึงค่าที่อธิบายความไม่สอดคล้อง (lack of fit) ของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์ ซึ่งไม่สามารถอธิบายความหมายของ Deviance ได้โดยตรง แต่สามารถนำค่า Deviance ของ 2 โมเดลมาเปรียบเทียบกับกันได้ดังนี้

ทดสอบความสอดคล้องของโมเดลว่างและโมเดลระดับที่ 1

1. จำนวนพารามิเตอร์ของโมเดลว่าง (Null Model) คือ 3 ตัว และจำนวนพารามิเตอร์ของโมเดลระดับที่ 1 คือ 9 ตัว ดังนั้น Degree of Freedom จึงเท่ากับ $9 - 3 = 6$

ธีเรช ฉายอรุณ (2546) ได้อธิบายถึงการนับจำนวนพารามิเตอร์ของโมเดลว่า ให้นับทั้งในส่วนของ Fixed part (Intercept, slope ทุกตัว, Interactions) และ Random part (Level1, level2) รวมกัน

2. ค่าไคสแควร์จากตารางแจกแจงไคสแควร์ที่ $df = 6$ ระดับนัยสำคัญ .05 มีค่าเท่ากับ 12.59

3. ค่า Deviance ของโมเดลว่างเท่ากับ 47118.63135 และค่า Deviance ของโมเดลระดับที่ 1 เท่ากับ 46377.09964 ผลต่างของ Deviance เท่ากับ $47118.63135 - 46377.09964 = 741.53171$

4. ผลต่างของ Deviance มีค่าสูงกว่าค่าไคสแควร์จากตารางสถิติ ($741.53171 > 12.59$) จึงสรุปว่า โมเดลระดับที่ 1 มีความสอดคล้อง (fit) กับข้อมูลเชิงประจักษ์มากกว่าโมเดลว่าง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ทดสอบความสอดคล้องของโมเดลระดับที่ 1 และโมเดลระดับที่ 2

1. จำนวนพารามิเตอร์ของโมเดลระดับที่ 1 คือ 9 ตัว และจำนวนพารามิเตอร์ของโมเดลระดับที่ 2 คือ 15 ตัว ดังนั้น Degree of Freedom จึงเท่ากับ $15 - 9 = 6$

2. ค่าไคสแควร์จากตารางแจกแจงไคสแควร์ที่ $df = 6$ ระดับนัยสำคัญ .05 มีค่าเท่ากับ 12.59

3. ค่า Deviance ของโมเดลระดับที่ 1 เท่ากับ 46377.09964 และค่า Deviance ของโมเดลระดับที่ 2 เท่ากับ 46289.51539 ผลต่างของ Deviance เท่ากับ $46377.09964 - 46289.51539 = 87.58425$

4. ผลต่างของ Deviance มีค่าสูงกว่าค่าไคสแควร์จากตารางสถิติ ($87.58425 > 12.59$) จึงสรุปว่า โมเดลพหุระดับมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์มากกว่าโมเดลระดับที่ 1 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

การเลือกตำแหน่งของตัวแปรระดับที่ 1 และ 2 (Centering)

ในการวิจัยเชิงปริมาณทั้งหมด จำเป็นที่ตัวแปรนั้นจะต้องมีการแปลความหมายที่ถูกต้อง ดังนั้นผลการวิเคราะห์สถิติต้องสัมพันธ์กับทฤษฎีและแน่นอนว่าความหมายของแต่ละตัวแปรจะเปลี่ยนแปลงไปตามงานวิจัย ในกรณีการวิเคราะห์พหุระดับ จุดตัด (intercept) และความชัน (slopes) ในโมเดลระดับที่ 1 จะกลายเป็นตัวแปรตามในโมเดลระดับที่ 2 จึงเป็นสิ่งสำคัญที่จะต้องเข้าใจการแปลความหมายของตัวแปรตามอย่างชัดเจน

ความหมายของจุดตัดในโมเดลระดับที่ 1 ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของตัวแปรทำนายในระดับที่ 1 (X) ซึ่งโมเดลอย่างง่าย (Simple model) ก็คือ

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + r_{ij}$$

จุดตัด β_{0j} นิยามว่าเป็นค่าคาดหวังในตัวแปรตามสำหรับนักเรียนคนที่ i ในห้องเรียนที่ j ที่มีค่าของตัวแปร X เป็น 0 ถ้าผู้วิจัยต้องการโมเดลที่อธิบายความแปรปรวนใน β_{0j} จะต้องชัดเจนในความหมายของ $X_{ij} = 0$ โดยเฉพาะ ถ้า X_{ij} มีค่าเป็น 0 แล้วไม่มีความหมาย ผู้วิจัยอาจต้องแปลง X_{ij} หรือ "เลือกตำแหน่งของ X_{ij} " และจะจัดการ (render) ให้ความหมายของ β_{0j} เพิ่มขึ้น ในบางกรณี แบบแผนของการเลือกตำแหน่งต้องการเพื่อจะให้แน่ใจในความคงที่ของค่าที่ได้จากการประมาณค่าโมเดลพหุระดับ

ในทำนองเดียวกัน การแปลความหมายจุดตัดในโมเดลระดับที่ 2 ก็ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของตัวแปรทำนายในระดับที่ 2 สมการโมเดลระดับที่ 2 คือ

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j}$$

ความคงที่ของค่าที่ได้จากการประมาณค่าจะไม่มีอิทธิพลจากตำแหน่งของ W แต่การเลือกตำแหน่งที่เหมาะสมจะช่วยให้การแปลความหมายผลการวิเคราะห์ ต่อไปนี้จะอธิบายตัวเลือกสำหรับตำแหน่งของตัวแปร X และ W

ตำแหน่งของ X

ตำแหน่งของ X จะอธิบายใน 3 วิธีที่ใช้สำหรับโปรแกรมวิเคราะห์พหุระดับนั้นคือใช้คะแนน X โดยตรง, การใช้ผลต่างของคะแนน X กับคะแนนเฉลี่ยรวม และการใช้ผลต่างของคะแนน X กับคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ดังนี้

1. ใช้คะแนน X โดยตรง แม้ว่าคะแนน X อาจจะไม่เหมาะสมในบางกรณี แต่ในอีกหลาย ๆ กรณีนั้นไม่อาจนำมาสรุปผลได้ เช่น สมมติว่า X คือคะแนนความถนัดทางการเรียน (SAT) ที่มีพิสัยจาก 200 ถึง 800 แล้วจุดตัด β_{0j} คือค่าคาดหวังของตัวแปรตามสำหรับนักเรียนในโรงเรียน j ซึ่งมีคะแนน SAT เป็น 0 จะเห็นว่าการแปลผลของ β_{0j} นั้นจะไม่ให้ความหมายอะไรเลย เพราะว่าคะแนนต่ำสุดของ SAT คือ 200 ในกรณีนี้สหสัมพันธ์ระหว่างจุดตัดกับความชันจะมีแนวโน้มเข้าใกล้ -1.0 ซึ่งผลที่ได้นี้จุดตัดจะถูกกำหนดโดยความชัน โรงเรียนที่มีความชันเป็น

มาก ๆ จุดตัดก็มีแนวโน้มจะลดต่ำลงมากเช่นกัน ในทางกลับกันโรงเรียนที่มีความชันน้อยก็จะมีแนวโน้มที่จุดตัดจะสูงขึ้น แต่ในบางกรณีการให้ $X_{ij} = 0$ จะมีความหมายเต็มที่ เช่น ถ้า X คือตัวแปรจัดกลุ่ม โดยที่ $X_{ij} = 0$ หมายถึงกลุ่มตัวอย่างที่ i ในกลุ่มที่ j ไม่ได้รับยาทดลอง ซึ่งผลนี้จุดตัด β_{0j} ก็คือค่าคาดหวังของตัวแปรตามในการทดลอง นั่นคือ $\beta_{0j} = E(Y_{ij} | X_{ij} = 0)$ ซึ่งการวิเคราะห์พหุระดับจะต้องให้ความสำคัญในการแปลความหมายเมื่อ $X_{ij} = 0$ เพราะว่าจะเป็นตัวกำหนดการแปลผลของ β_{0j}

2. การใช้ผลต่างของคะแนน X กับคะแนนเฉลี่ยรวม (Grand-Mean Centering)

เป็นการกำหนดตำแหน่งของคะแนน X รอบ ๆ คะแนนเฉลี่ยรวม หรือก็คือตัวแปรทำนายระดับที่ 1 จะได้จาก

$$X_{ij} - \bar{X}_{..}$$

ดังนั้น จุดตัด β_{0j} คือค่าคาดหวังของกลุ่มตัวอย่างที่มีค่าของ X_{ij} เท่ากับค่าเฉลี่ยรวม ($\bar{X}_{..}$) นั่นคือตำแหน่งมาตรฐานสำหรับ X_{ij} ในการวิเคราะห์โมเดล ANCOVA ซึ่งผลของการใช้วิธีนี้จุดตัดสามารถแปลความหมายว่าเป็นค่าเฉลี่ยที่ถูกปรับแก้สำหรับกลุ่ม j

$$\beta_{0j} = \mu_{Y_j} + \beta_{1j}(X_{.j} - \bar{X}_{..})$$

ในทำนองเดียวกัน $\text{Var}(\beta_{0j}) = \tau_{00}$ คือความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยปรับแก้ในหน่วยระดับที่ 2

3. การใช้ผลต่างของคะแนน X กับคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม (Group-Mean Centering)

เป็นตัวเลือกหนึ่งในการกำหนดตำแหน่งของคะแนน X รอบ ๆ ค่าเฉลี่ยของกลุ่มในระดับที่ 2

$$X_{ij} - \bar{X}_{.j}$$

ในกรณีนี้จุดตัด β_{0j} จะกลายเป็นค่าเฉลี่ยที่ไม่ได้ปรับแก้สำหรับกลุ่ม j นั่นคือ

$$\beta_{0j} = \mu_{Y_j}$$

และ $\text{Var}(\beta_{0j})$ จะกลายเป็นความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยในหน่วยระดับที่ 2

ตำแหน่งของ W

โดยทั่วไป การเลือกตำแหน่งสำหรับ W นั้นไม่มีปัญหาเหมือนกับตัวแปรทำนายในระดับที่ 1 ปัญหาความคงที่ของค่าที่ได้จากการประมาณค่าจะมีน้อยมาก สัมประสิทธิ์ γ ทั้งหมดสามารถแปลความหมายได้ง่าย ๆ แต่อย่างไรก็ตามอาจจะใช้ผลต่างของตัวแปรทำนายกับค่าเฉลี่ยรวม หรือก็คือ $W_{1j} - \bar{W}_1$

เนื่องจากในเอกสารนี้ใช้ข้อมูลจากตัวอย่างของโปรแกรมจึงไม่ทราบคุณลักษณะของตัวแปรแต่ละตัว แต่การวิจัยจริงผู้วิจัยจะทราบคุณลักษณะของตัวแปรแต่ละตัวในงานวิจัยของตัวเอง จึงจำเป็นต้องเลือกวิธีการกำหนดตำแหน่ง (Centering) ให้เหมาะสมในแต่ละตัวแปร

ขนาดกลุ่มตัวอย่างในการวิเคราะห์พหุระดับ

มีงานวิจัยหลายชิ้นที่วิเคราะห์พหุระดับแต่ไม่พบปฏิสัมพันธ์ข้ามระดับ นั้นเป็นเพราะว่าจำนวนหน่วยในแต่ละระดับไม่มีความเหมาะสม มีงานวิจัยหลายชิ้นที่ศึกษาเกี่ยวกับจำนวนหน่วยของแต่ละระดับ เช่น มอค (Mok) พบว่าจำนวนกลุ่มในระดับที่ 2 ควรจะมีจำนวนมาก ๆ และแต่ละกลุ่มอาจจะมีเพียงไม่กี่คนในแต่ละกลุ่ม แต่โดยรวมแล้วควรมีขนาดกลุ่มตัวอย่างไม่ต่ำกว่า 1200 คน จะช่วยให้การประมาณค่าความชันและจุดตัดมีความเหมาะสมและค่าใกล้เคียงค่าที่แท้จริง (true value) บาสสิริ (Bassiri) ได้กำหนดขนาดของกลุ่มที่จะพบปฏิสัมพันธ์ข้ามระดับว่าควรมีอย่างน้อย 30 กลุ่ม และแต่ละกลุ่มมีกลุ่มตัวอย่าง 30 คน ($N = 900$) และถ้าหากมีจำนวนกลุ่มมาก ๆ เช่น 150 กลุ่ม ในแต่ละกลุ่มอาจจะมีกลุ่มตัวอย่างเพียง 5 คนก็ได้ ($N = 750$)



บรรณานุกรม

- ธีรเดช ฉายอรุณ. (2546). การวิเคราะห์พหุระดับ. เอกสารประกอบคำบรรยาย. อัดสำเนา.
- สังวร รัตกระโทก. (2541). การใช้โมเดลสมการโครงสร้างพหุระดับตรวจสอบความตรงของโมเดลสมการโครงสร้างแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยครู ปัจจัยโรงเรียน กับความพึงพอใจในการปฏิบัติงานของครู. ปรินญาณิพนธ์ ครุศาสตร์มหาบัณฑิต (การวัดผลและประเมินผลการศึกษา). บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Bryk, Anthony S. and Raudenbush, Stephen W. (1992). **Hierarchical Linear Models : Application and Data Analysis Methods**. Newbury Park : SAGE Publications,
- Heck, Ronald H. and Thomas, Scott L. (2000). **An Introduction to Multilevel Modeling Techniques**. London : Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Snijders, Tom A. B. and Bosker, Roel J. (1999). **Multilevel Analysis : An introduction to basic and advanced multilevel modeling**. London : SAGE Publications.