

## สหสัมพันธ์อีต้า (η)

ฉัตรศิริ ปิยะพิมลสิทธิ์ <http://www.watpon.com>

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เรามักจะอธิบายว่าเป็นการวัดความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงระหว่างตัวแปร 2 ตัว สัมประสิทธิ์จะใช้ได้เหมาะสมเมื่อเราสามารถสมมติว่าความสัมพันธ์ในประชากรเป็นเส้นตรง หรือจุดของแผนภาพกระจาย (Scattergram) เรียงตัวกันมีลักษณะเป็นเส้นตรง แต่ก็ไม่ใช่ตัวแปรทั้งหมดที่จะมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง โดยอาจจะมีบางตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นโค้ง หมายความว่า การเรียงตัวของจุดต่าง ๆ ในแผนภาพกระจายไม่มีลักษณะเป็นตรง แต่อาจมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงในช่วงสั้น ๆ บนสเกลการวัด แต่จะมีความสัมพันธ์เป็นเส้นโค้งในช่วงยาว ตัวอย่างเช่น ความสัมพันธ์ระหว่างการปฏิบัติงานทางสรีระและอายุจะไม่มีความสัมพันธ์เป็นตรง เมื่อยังเป็นวัยรุ่น เช่นอายุ 20 ก็สามารถปฏิบัติงานได้ดีเพิ่มมากขึ้นเรื่อย ๆ แต่เมื่ออายุค่อย ๆ มากขึ้น เช่นอายุ 50 ประสิทธิภาพในการปฏิบัติงานเริ่มลดน้อยลง นั่นคือประสิทธิภาพในการปฏิบัติจะค่อย ๆ ลดน้อยลงเมื่อมีอายุเพิ่มมากขึ้น ดังนั้นก็จะมีช่วงยาวที่ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไม่เป็นเส้นตรง

ดัชนีที่จะบ่งชี้ความสัมพันธ์เมื่อไม่สามารถบ่งชี้ได้ว่าความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปรเป็นเส้นตรงคือ สัมประสิทธิ์ eta (η) บางครั้งเราจะเรียกว่า อัตราส่วนความสัมพันธ์ (Correlation Ratio) ค่าสัมประสิทธิ์ eta ควรจะใช้เมื่อจุดบนแผนภาพกระจายที่เกิดจากตัวแปร 2 ตัวมีการเรียงตัวในลักษณะไม่เป็นเส้นตรง

### ตัวอย่าง 1

ตัวแปรตามคือคะแนนทักษะการปฏิบัติและตัวแปรอิสระคือคะแนนความวิตกกังวล เราจะแบ่งส่วนออกเป็นกลุ่ม ๆ โดยใช้คะแนนความวิตกกังวลแบ่งออกเป็น 6 กลุ่ม (กลุ่มตัวอย่าง 16 คน) ค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการปฏิบัติ (Grand mean) คือ 9.44 และเราจะหาค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะปฏิบัติเมื่อแบ่งผู้ได้คะแนนความวิตกกังวลออกเป็นกลุ่ม ๆ (Group mean) (ดูตาราง 1 ประกอบ) จากนั้น (1) หาคะแนนเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยรวม ( $Y - \bar{Y}_T$ ) หาคะแนนเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยในแต่ละกลุ่ม ( $Y - \bar{Y}_k$ ) (2) ยกกำลังสองของคะแนนเบี่ยงเบน [ $(Y - \bar{Y}_T)^2$  และ  $(Y - \bar{Y}_k)^2$ ] และ (3) รวมกำลังสองของคะแนนเบี่ยงเบนทั้งหมด แล้วแทนค่าในสูตร

$$\eta^2 = 1 - \frac{\Sigma(Y - \bar{Y}_k)^2}{\Sigma(Y - \bar{Y}_T)^2}$$

แทนค่า

$$\eta^2 = 1 - \frac{35.98}{197.88} = .828$$

$$\eta = .91$$

ตาราง 1 แสดงการคำนวณเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ eta

คนที่	คะแนนความ วิตกกังวล (X)	แบ่งกลุ่มตาม ตัวแปร X	คะแนน ทักษะปฏิบัติ (Y)	การคำนวณเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ eta				
				$\bar{Y}_k$	$(Y - \bar{Y}_k)$	$(Y - \bar{Y}_k)^2$	$(Y - \bar{Y}_T)$	$(Y - \bar{Y}_T)^2$
1	2	(1-3)	4	5.00	-1.00	1.00	-5.44	29.59
2	3	(1-3)	6	5.00	1.00	1.00	-3.44	11.83
3	5	(4-6)	8	10.00	-2.00	4.00	-1.44	2.07
4	6	(4-6)	12	10.00	2.00	4.00	2.56	6.55
5	7	(7-9)	15	13.33	1.67	2.78	5.56	30.91
6	7	(7-9)	15	13.33	1.67	2.78	5.56	30.91
7	8	(7-9)	10	13.33	-3.33	11.09	0.56	0.31
8	11	(10-12)	7	6.33	0.67	0.45	-2.44	5.95
9	12	(10-12)	7	6.33	0.67	0.45	-2.44	5.95
10	12	(10-12)	5	6.33	-1.33	1.77	-4.44	19.71
11	14	(13-15)	6	7.67	-1.67	2.78	-3.44	11.83
12	15	(13-15)	8	7.67	0.33	0.11	-1.44	2.07
13	15	(13-15)	9	7.67	1.33	1.77	-0.44	0.19
14	16	(16-18)	12	13.00	-1.00	1.00	2.56	6.55
15	17	(16-18)	14	13.00	1.00	1.00	4.56	20.79
16	18	(16-18)	13	13.00	0.00	0.00	3.56	12.67
$\Sigma$	169		151		0.00	35.98	0.00	197.88

การแปลผลค่าสัมประสิทธิ์ eta ก็เหมือนกับสหสัมพันธ์เพียร์สัน (r) เมื่อยกกำลังสองแล้ว ( $\eta^2$ ) ก็คือสัดส่วนของความแปรปรวนในตัวแปร Y ที่สามารถบ่งบอกคุณลักษณะของความแปรปรวนในตัวแปร X สำหรับตัวอย่างนี้ สามารถอธิบายได้ว่า 82.8% ของความแปรปรวนในทักษะปฏิบัติ สามารถอธิบายได้ด้วยความวิตกกังวล

ความแตกต่างที่สำคัญระหว่างสหสัมพันธ์เพียร์สัน (r) กับ สหสัมพันธ์ eta ก็คือ พิสัยของค่าสัมประสิทธิ์ eta จะมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง +1 ค่าสัมประสิทธิ์ eta จะไม่มีค่าติดลบ เมื่อยกกำลังสองแล้ว ค่า  $\eta^2 = R^2$

นอกจากนี้ ยังมีสูตรในอีกรูปแบบหนึ่งในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ eta สำหรับการถดถอยตัวแปร Y บนตัวแปร X

$$\eta = \frac{S_{y'}}{S_y}$$

เมื่อ  $S_{y'}$  แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน  $Y'$  ที่ถูกทำนายจาก  $X$   
 $S_y$  แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของทั้งหมด

## ตัวอย่าง 2

ตัวแปรอิสระคืออายุของผู้สอบ และตัวแปรตามคือเวลาที่ใช้ในการทำข้อสอบ ซึ่งคำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S_{y'}$ ) ได้ 12.50 ส่วนค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ  $Y'$  ที่ถูกทำนายจาก  $X$  ( $S_y$ ) คำนวณหาได้ดังตาราง

ตาราง 2 แสดงการคำนวณสัมประสิทธิ์ eta สำหรับการถดถอยเวลาที่ใช้ในการทำข้อสอบบนอายุของผู้สอบ

อายุของผู้สอบ (X)	ความถี่ ( $n_c$ )	เวลาที่ใช้ ( $Y'$ )	$Y' - \bar{Y}$	$(Y' - \bar{Y})^2$	$n_c(Y' - \bar{Y})^2$
14	10	11.0	-12.0	144.00	1440.00
13	15	14.0	-9.0	81.00	1215.00
12	12	14.5	-8.5	72.25	867.00
11	19	16.0	-7.0	49.00	913.00
10	18	18.1	-4.9	24.01	432.18
9	21	20.8	-2.2	4.84	101.64
8	18	25.1	+2.1	4.41	79.38
7	15	31.3	+8.3	68.89	1033.35
6	13	40.5	+17.5	306.25	3981.25
5	9	49.8	+26.8	718.24	6464.15
$\Sigma$	150				16544.96

จากตาราง  $\Sigma n_c(Y' - \bar{Y})^2$  ได้ 16544.96 หารด้วย  $N - 1$  ซึ่งก็คือ 149 จะได้ค่า 111.04 แล้วถอดรากที่สองจะได้ค่า 10.54 ซึ่งก็คือ  $S_{y'}$  ในสูตร จากนั้นแทนค่าสูตรได้

$$\eta = \frac{S_{y'}}{S_y}$$

$$\eta = \frac{10.54}{12.58}$$

$$= .838$$

$$\eta^2 = .70$$

นอกจากนี้ยังสามารถคำนวณได้โดยใช้กระบวนการของ ANOVA ได้ดังสูตร

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{SS_W}{SS_T}}$$

หรือ

$$\eta = \sqrt{\frac{SS_B}{SS_T}}$$

ผลการคำนวณได้ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	9	16544.96	1838.33	36.6
ภายในกลุ่ม	140	7035.24	50.25	
รวม	149	23580.20		

แทนค่าในสูตรได้

$$\eta^2 = \frac{16544.96}{23580.20}$$

$$= .702244$$

$$\eta = .838$$

#### การทดสอบความเป็นเส้นตรงของการถดถอย

มีอยู่บ่อย ๆ ที่การถดถอยเชิงเส้นโค้งถูกมองข้ามโดยเราไม่รู้ ซึ่งเรามีวิธีทดสอบโดยใช้สถิติ F ในการทดสอบความเป็นเส้นตรง มีสูตรดังนี้

$$F = \frac{(\eta^2 - r^2)(N - k)}{(1 - \eta^2)(k - 2)}$$

เมื่อ k แทนจำนวนของแถว  
 N แทนจำนวนกลุ่มตัวอย่าง  
 $r^2$  แทนสหสัมพันธ์เพียร์สันยกกำลังสอง  
 $df = (k - 2)$  และ  $(N - k)$

เราได้ค่า  $k = 10$ ,  $N = 150$ ,  $r^2 = .582169$ ,  $\eta^2 = .702244$  แทนค่าในสูตรได้

$$F = \frac{(.702244 - .582169)(150 - 10)}{(1 - .702244)(10 - 2)}$$

$$= 7.06$$

$$df = 140 \text{ และ } 8$$

เมื่อเปรียบเทียบค่า F จากตาราง ปรากฏว่า F คำนวณ > F ตาราง ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 แสดงว่าข้อมูลมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นโค้ง



### หนังสืออ้างอิง

Cohen, Jacob and Cohen, Patricia. Applied Multiple Regression/Correlation Analysis for the Behavioral Sciences. Second Edition. U.S.A. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 1983.

Guilford, J. P. and Fruchter Benjamin. Fundamental Statistics on Psychology and Education. Sixth Edition. Singapore, McGraw-Hill, Inc., 1978.

Hinkle, Wiersma and Jurs. Applied Statistics for the Behavioral Sciences. 3<sup>rd</sup> ed. U.S.A., Houghton Mifflin, 1994.

Loether, Herman J. and McTavish, Donale G. Descriptive and Inferential Statistics : An Introduction. Fourth Edition. U.S.A. : A Division of Simon & Schuster, Inc., 1974.