

เอกสารประกอบการสัมมนาวิชาสัมมนาทางการทดสอบและวัดผลการศึกษา
เรื่อง
ระดับความคู่ขนานของแบบทดสอบ

โดย Ross E. Traub

จากหนังสือ Reliability for the Social Sciences : Theory and Applications
ฉัตรศิริ ปิยะพิมลสิทธิ์

การพัฒนาแนวคิดทฤษฎีของความเชื่อมั่นมีมานานแล้ว เราสามารถจะประมาณค่าความเชื่อมั่นได้โดยใช้การวัดซ้ำกับกลุ่มผู้สอบกลุ่มเดียว หรืออาจจะใช้แบบทดสอบ 2 ฉบับที่คู่ขนานกันก็ได้ โดยในแนวคิดของทฤษฎีความเชื่อมั่นมีระดับของความคู่ขนานระดับต่าง ๆ ดังนี้

1. Parallel Tests

สมมติว่าเราสร้างแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะเดียวกัน 2 ฉบับและไปสอบกับกลุ่มตัวอย่าง คะแนนที่ได้ของแต่ละบุคคลนั้นจะมีคุณลักษณะดังนี้ 1) ค่าคาดหวังของคะแนนจริงจะต้องเท่ากัน และ 2) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมาตรฐานจะต้องเท่ากัน โดยเราอาจจะเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า

$$1) \quad \tau_{1p} = \tau_{2p} \quad (1)$$

และ

$$2) \quad \sigma_{E_{1p}}^2 = \sigma_{E_{2p}}^2 \quad (2)$$

เมื่อ τ_{1p} คือคะแนนจริงของคนที่ p ที่ทำแบบทดสอบฉบับที่ 1, τ_{2p} คือคะแนนจริงของคนที่ p ที่ทำแบบทดสอบฉบับที่ 2, $\sigma_{E_{1p}}^2$ คือความแปรปรวนคลาดเคลื่อนของบุคคลที่ p ที่ทำแบบทดสอบฉบับที่ 1 และ $\sigma_{E_{2p}}^2$ คือความแปรปรวนคลาดเคลื่อนของบุคคลที่ p ที่ทำแบบทดสอบฉบับที่ 2

แบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับหากให้ผลการวัดเป็นไปตามข้างต้นนี้จะเรียกว่า แบบทดสอบคู่ขนาน (Parallel Tests)

ข้อตกลงเบื้องต้นของแบบทดสอบคู่ขนาน (Parallel) หากจะมองในเรื่องของคะแนนสังเกตนั้นจะมีคุณลักษณะดังนี้

1) ค่าคาดหวังของคะแนนสังเกตในแบบทดสอบคู่ขนาน (Parallel) จะเท่ากัน

$$E(X_1) = \mu_{X_1} = \mu_{X_2} = E(X_2) \quad (3)$$

และจะประกอบไปด้วยข้อเท็จจริง 2 ประการคือ

1.1) $\mu_{E_1} = \mu_{E_2} = 0$ เพราะเป็นนิยามของความคลาดเคลื่อนในการวัดของแบบทดสอบคู่ขนาน

1.2) $\mu_{T1} = \mu_{T2}$ เพราะข้อตกลงเบื้องต้นที่แสดงในสมการ (1) ในบุคคลที่แตกต่างกันน่าจะมีความจริงต่างกัน แต่ถ้าเป็นบุคคลเดียวกันทำแบบทดสอบคู่ขนาน (Parallel) จะต้องมีความจริงเท่ากันในทั้ง 2 ฉบับ แล้วค่าคาดหวังของคะแนนจริงในแต่ละคนจะต้องเท่ากันในแบบทดสอบคู่ขนาน (Parallel) ทั้ง 2 ฉบับ

ดังนั้นค่าคาดหวังของคะแนนสังเกตได้ในแบบทดสอบฉบับหนึ่งจะเท่ากับค่าคาดหวังของคะแนนจริงในแบบทดสอบฉบับเดียวกัน เราสามารถเขียนเป็นรูปแบบความเท่ากันของค่าคาดหวังในแบบทดสอบคู่ขนานได้ว่า

$$\mu_{X1} = \mu_{T1} = \mu_{T2} = \mu_{X2}$$

2) ความแปรปรวนของคะแนนสังเกตได้ในแบบทดสอบฉบับหนึ่งจะต้องเท่ากับ ความแปรปรวนของคะแนนที่สังเกตได้ในแบบทดสอบอีกฉบับหนึ่งที่คู่ขนานกัน นั่นคือ

$$\sigma_{X1}^2 = \sigma_{X2}^2 \quad (4)$$

จากสมการที่ว่า $\sigma_X^2 = \sigma_T^2 + \sigma_E^2$ ร่วมกับข้อสังเกต 2 ประการคือ

2.1) ข้อตกลงเบื้องต้นในสมการ (1) ที่ว่า $\tau_{1p} = \tau_{2p}$ เราจะได้ว่า $\sigma_{T1}^2 = \sigma_{T2}^2$ เหตุผลก็คือในแต่ละคนที่ทำแบบทดสอบคู่ขนานควรมีคะแนนจริงเท่ากันในแบบทดสอบทั้งสอง รวมทั้งความแปรปรวนของคะแนนจริงในฉบับหนึ่งควรจะต้องเท่ากับความแปรปรวนของคะแนนจริงในอีกฉบับหนึ่ง

2.2) ข้อตกลงเบื้องต้นในสมการ 2 ที่ว่า $\sigma_{E1p}^2 = \sigma_{E2p}^2$ เราจะได้

$$\sigma_{E1}^2 = \varepsilon_p(\sigma_{E1p}^2) = \varepsilon_p(\sigma_{E2p}^2) = \sigma_{E2}^2 \quad (5)$$

(ถ้าแต่ละบุคคลมีความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากันแล้วค่าคาดหวังของความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในแต่ละบุคคลควรจะเท่ากัน)

3) ความแปรปรวนร่วมของคะแนนสังเกตได้ในแบบทดสอบฉบับหนึ่งกับคะแนนที่สังเกตได้ของแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น ควรจะเท่ากับความแปรปรวนร่วมของแบบทดสอบอีกฉบับหนึ่งที่คู่ขนานกับแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น สามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\sigma_{X1Y} = \sigma_{X2Y} \quad (6)$$

เมื่อ X_1 และ X_2 คือคะแนนสังเกตของแบบทดสอบคู่ขนานและ Y คือแบบทดสอบอีกฉบับหนึ่งที่วัดคุณลักษณะอื่น สมการ 6) จะประกอบไปด้วยข้อตกลงเบื้องต้น 2 ประการคือ

3.1) ข้อตกลงเบื้องต้นของคะแนนจริงเท่ากันดังในสมการ 1

3.2) ข้อตกลงเบื้องต้นของความคลาดเคลื่อน E_{X1} , E_{X2} และ E_Y

มีความแปรปรวนร่วมเป็น 0

4) ตัวแปร Y ในข้อ 3) หากจับให้เป็นแบบทดสอบคู่ขนานอีกฉบับหนึ่ง เป็น X_3 ดังนั้นในชุดของแบบทดสอบคู่ขนาน 3 ฉบับหรือมากกว่า ความแปรปรวนร่วมระหว่างคะแนนสังเกตในแบบทดสอบคู่ขนานคู่หนึ่งจะต้องเท่ากับความแปรปรวนร่วมระหว่างคะแนนสังเกตในแบบทดสอบคู่ขนานคู่อื่น ๆ เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\sigma_{X_1X_2} = \sigma_{X_1X_3} = \sigma_{X_2X_3} = \dots$$

จากที่นำเสนอมาเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน 2 ฉบับเราสามารถจะขยายเป็นแบบทดสอบคู่ขนานหลายฉบับก็ได้ คะแนนสังเกตหรือคะแนนจริงในแบบทดสอบคู่ขนานทั้งหมดควรจะมีค่าเท่ากันในเรื่องของค่าคาดหวัง, ความแปรปรวน และความแปรปรวนร่วมกับคะแนนสังเกตหรือคะแนนจริงของแบบทดสอบอีกฉบับหนึ่งที่วัดคุณลักษณะอื่น (ฉบับ Y)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนสังเกตหรือคะแนนจริงของแบบทดสอบจากชุดคู่ขนานฉบับหนึ่งกับคะแนนสังเกตหรือคะแนนจริงของแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น จะมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนสังเกตหรือคะแนนจริงของแบบทดสอบจากชุดคู่ขนานอีกฉบับหนึ่งกับคะแนนสังเกตหรือคะแนนจริงของแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น ผลที่ได้อาจเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\rho_{X_1Y} = \rho_{X_2Y} = \rho_{X_3Y} = \dots \quad \text{และ} \quad \rho_{T_1T_Y} = \rho_{T_2T_Y} = \rho_{T_3T_Y} = \dots$$

เมื่อ X_1, X_2, X_3, \dots คือคะแนนสังเกตของแบบทดสอบคู่ขนานและ Y คือคะแนนที่สังเกตได้ของแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น ทำนองเดียวกันกับ T_1, T_2, T_3, \dots คือคะแนนจริงของแบบทดสอบคู่ขนาน และ T_Y คือคะแนนจริงของแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น

ตัวเลขที่เราอาจคาดหวังได้สำหรับแบบทดสอบคู่ขนาน (Parallel) กำหนดอยู่ในตาราง 1 สังเกตตัวเลขที่เท่ากันและตัวเลขที่ต่างกัน

ตาราง 1 แสดงตัวเลขของความเท่าเทียมกันทางสถิติสำหรับแบบทดสอบคู่ขนาน (Parallel)

3 ฉบับและฉบับอื่น

Variable Designation	Expected	Variances	Reliability	Coefficient of Covariance/Correlation*			
	Value (μ)	σ^2	Coefficient	X_1	X_2	X_3	Y
Parallel Test 1 (X_1)	100	225	0.92	-	207	207	78
Parallel Test 1 (X_2)	100	225	0.92	0.92	-	207	78
Parallel Test 1 (X_3)	100	225	0.92	0.92	0.92	-	78
Another Variable (Y)	70	64	0.80	0.65	0.65	0.65	-

* สัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมแสดงอยู่เหนือแนวไดอะกอนอล ซึ่งอยู่เหนือเครื่องหมาย - และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แสดงอยู่ที่แนวไดอะกอนอล

2. Tau-Equivalent Tests

สำหรับแบบทดสอบที่คู่ขนานกัน 2 ฉบับ เราจะนิยามข้อตกลงเบื้องต้นของความคู่ขนานได้ว่า

$$1) \quad \tau_{1p} = \tau_{2p} \quad (7)$$

และสิ่งที่เป็นไปได้คือ

$$2) \quad \sigma_{E_{1p}}^2 \neq \sigma_{E_{2p}}^2 \quad (8)$$

เมื่อ τ_{1p} คือคะแนนจริงของบุคคลที่ p ในแบบทดสอบฉบับที่ 1, τ_{2p} คือคะแนนจริงของบุคคลที่ p ในแบบทดสอบฉบับที่ 2, $\sigma_{E_{1p}}^2$ คือความแปรปรวนคลาดเคลื่อนของบุคคลที่ p ในแบบทดสอบฉบับที่ 1 และ $\sigma_{E_{2p}}^2$ คือความแปรปรวนคลาดเคลื่อนของบุคคลที่ p ในแบบทดสอบฉบับที่ 2

สังเกตว่าข้อตกลงเบื้องต้นของความเท่ากันของคะแนนจริงในสมการ 7 สำหรับระดับความคู่ขนานของ Tau-equivalent ซึ่งเป็นข้อตกลงเบื้องต้นเดียวกับ 1) ในรูปแบบคู่ขนาน (Parallel) ในข้อตกลงเบื้องต้นนี้อาจพูดได้ว่าคะแนนสังเกตในแบบทดสอบที่คู่ขนานแบบ Tau-equivalent 2 ฉบับ X_1 และ X_2 มีค่าเฉลี่ยเท่ากัน ($\mu_{X_1} = \mu_{X_2}$) และมีความแปรปรวนของคะแนนจริงเท่ากัน ($\sigma_{T_1}^2 = \sigma_{T_2}^2$) ความเท่ากันของคะแนนจริงเป็นข้อตกลงเบื้องต้นที่สำคัญมากใน 2 ประการคือ

1) ความแปรปรวนร่วมระหว่างความคลาดเคลื่อนและคะแนนจริงของฉบับที่ต่างกัน จะมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ $\sigma_{E_1E_2} = 0$ และ $\sigma_{T_1E_2} = \sigma_{T_2E_1} = 0$, สัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมระหว่างคะแนนสังเกตในคู่ของแบบทดสอบที่คู่ขนานแบบ tau-equivalent จะเท่ากับความแปรปรวนของคะแนนจริงในแบบทดสอบอื่น ๆ ทั้งหมด เขียนสัญลักษณ์คือ $\sigma_{X_iX_j} = \sigma_{T_i}^2 = \sigma_{T_j}^2$ สำหรับทุก ๆ $i, j = 1, 2, 3, \dots$ กับ $i \neq j$

2) สัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมระหว่างคะแนนสังเกตในชุดของแบบทดสอบคู่ขนานแบบ tau-equivalent แต่ละฉบับและคะแนนสังเกตของแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น จะมีค่าเท่ากัน เขียนเป็นสัญลักษณ์คือ $\sigma_{X_iY} = \sigma_{X_jY}$ สำหรับทุก ๆ $i, j = 1, 2, 3, \dots$ กับ $i \neq j$

ข้อตกลงเบื้องต้นในสมการ 8) ว่าความแปรปรวนคลาดเคลื่อนของบุคคลที่ p ไม่เท่ากันเมื่อทำแบบทดสอบที่คู่ขนานแบบ tau-equivalent ฉบับต่างกัน ซึ่งมีความเป็นไปได้ที่จะไม่เท่ากันคือ

1) จากสมการ $\sigma_X^2 = \sigma_T^2 + \sigma_E^2$ เมื่อเราใช้แบบทดสอบ X_1 และ X_2 แล้วจะมีความเท่ากันของคะแนนจริงตามสมการ 7) นั้นความแปรปรวนของคะแนนจริงในแบบทดสอบคู่ขนานแบบ tau-equivalent $\sigma_{T_1}^2$ และ $\sigma_{T_2}^2$ ก็ควรจะเท่ากันด้วย แต่ข้อตกลงเบื้องต้นใน 8) หมายความว่าค่าคาดหวังของความคลาดเคลื่อนของบุคคลในแบบทดสอบ 2 ฉบับ $\varepsilon_p(\sigma_{E_{1p}}^2) \neq \varepsilon_p(\sigma_{E_{2p}}^2)$ ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน นั่นคือไม่จำเป็นสำหรับความคู่ขนานแบบ tau-equivalent ว่าความแปรปรวนคลาดเคลื่อน $\sigma_{E_1}^2$ ควรจะเท่ากับความแปรปรวนคลาดเคลื่อน $\sigma_{E_2}^2$ เมื่อนำผลที่ได้มารวมกันแล้วไม่จำเป็นที่ $\sigma_{X_1}^2 = \sigma_{T_1}^2 + \sigma_{E_1}^2$ จะเท่ากับ $\sigma_{X_2}^2 = \sigma_{T_2}^2 + \sigma_{E_2}^2$

2) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับความแตกต่างของแบบทดสอบ tau-equivalent ไม่จำเป็นจะต้องเท่ากัน ในความหมายนี้ก็คือ คะแนนสังเกตได้ X_i, X_j และ X_k ของแบบทดสอบที่คู่ขนานแบบ tau-equivalent ฉบับ $i, j,$ และ k กับคะแนนสังเกตของแบบทดสอบฉบับ Y ที่วัด

คุณลักษณะอื่น แล้ว $\rho_{x_i x_j} \neq \rho_{x_i x_k} \neq \dots$ และ $\rho_{x_i y} \neq \rho_{x_j y} \neq \dots$ ผลที่ได้นี้เพราะสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบคู่ขนานแบบ tau-equivalent ฉบับหนึ่งกับอีกฉบับหนึ่งหรืออีกฉบับหนึ่งที่วัดคุณลักษณะอื่น จะเกี่ยวข้องกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviations) ของคะแนนซึ่งความแตกต่างของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะทำให้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ไม่เท่ากัน

3) สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบคู่ขนานแบบ tau-equivalent ฉบับหนึ่งสามารถแตกต่างไปจากแบบทดสอบฉบับอื่น ๆ แม้ว่าในแต่ละฉบับของชุดที่คู่ขนานกันจะต้องมีความแปรปรวนของคะแนนจริงเท่ากัน แต่คะแนนสังเกตก็สามารถแตกต่างกันได้ซึ่งหมายความว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นก็จะไม่เท่ากันในแบบทดสอบคู่ขนานแบบ tau-equivalent แต่ละฉบับด้วย

ตัวเลขที่คาดหวังเราสามารถแสดงให้เห็นความแปรปรวนของคะแนนสังเกตของแบบทดสอบคู่ขนานแบบ tau-equivalent ในตาราง 2

ตาราง 2 แสดงจำนวนที่เท่าเทียมกันและไม่เท่าเทียมกันในทางสถิติของแบบทดสอบ 3 ฉบับที่คู่ขนานแบบ tau-equivalent และแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น

Variable Designation	Expected	Variances*	Reliability**	Coefficient of Covariance/Correlation***			
	Value (μ)	σ^2	Coefficient	X_1	X_2	X_3	Y
Tau-Eq. Test 1 (X_1)	100	225	0.92	-	207	207	78
Tau-Eq. Test 1 (X_2)	100	256	0.81	0.86	-	207	78
Tau-Eq. Test 1 (X_3)	100	289	0.72	0.81	0.76	-	78
Another Variable (Y)	70	64	0.80	0.65	0.61	0.57	-

* ความแปรปรวนของคะแนนสังเกตที่อ้างอิงในข้อตกลงเบื้องต้นว่า $\sigma_{T_i}^2 = 207$ ($i = 1, 2, 3$)

และ $\sigma_{E_1}^2 = 18, \sigma_{E_2}^2 = 49, \sigma_{E_3}^2 = 82$

** สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในแบบทดสอบแต่ละฉบับอ้างอิงโดยการหารความแปรปรวนของคะแนนจริงในแต่ละฉบับโดยใช้ความแปรปรวนของคะแนนสังเกต และผลที่ได้จะแสดงด้วยทศนิยม 2 ตำแหน่ง

*** สัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมแสดงอยู่เหนือแนวไดอะกอนอล ซึ่งอยู่เหนือเครื่องหมาย - และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แสดงอยู่ใต้แนวไดอะกอนอลด้วยทศนิยม 2 ตำแหน่ง ขนาดของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่า 15, 16 และ 17 สำหรับฉบับ X_1, X_2 และ X_3 ตามลำดับ

3. Essentially Tau-Equivalent Tests

ข้อตกลงเบื้องต้นนิยามความคู่ขนานของแบบทดสอบ 2 ฉบับแบบ essential tau-equivalent ได้ว่า

$$1) \quad \tau_{1p} = \tau_{2p} + c_{12} \quad (9)$$

และ $2) \quad \sigma_{E_{1p}}^2 \neq \sigma_{E_{2p}}^2 \quad (10)$

ในทอมใหม่ c_{12} ของสมการ 9) เป็นค่าคงที่เชื่อมโยงกับคะแนนจริงสำหรับบุคคลที่ p บนแบบทดสอบคู่ขนานแบบ essential tau-equivalent 2 ฉบับ ค่าคงที่นี้จะเหมือนกันในทุก ๆ บุคคล

ค่า c_{12} ที่เพิ่มขึ้นนี้หมายความว่าค่าคาดหวังของคะแนนสังเกตสำหรับแบบทดสอบคู่ขนานแบบ essentially tau-equivalent ทั้ง 2 ฉบับสามารถแตกต่างกันได้ กับขนาดของความแตกต่างจะเท่ากับค่าคงที่ c_{12} (นั่นคือ $\varepsilon(X_1) - \varepsilon(X_2) = \mu_{X_1} - \mu_{X_2} = c_{12}$) อาจพูดได้อีกอย่างหนึ่งว่า ค่าคงที่ c_{12} หมายความว่า แบบทดสอบสามารถที่จะแตกต่างกัน คือคะแนนของแบบทดสอบฉบับหนึ่งมากกว่าคะแนนของแบบทดสอบฉบับอื่น ๆ ส่วนความคาดหวังของสถิติทั้งหมดจะเหมือนกับแบบทดสอบที่คู่ขนานแบบ tau-equivalent ทั้งความแปรปรวน, สัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วม, สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ดังจะแสดงอยู่ในตาราง 3

ตาราง 3 แสดงจำนวนที่เท่าเทียมกันและไม่เท่าเทียมกันในทางสถิติของแบบทดสอบ 3 ฉบับที่คู่ขนานแบบ essentially tau-equivalent* และแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น

Variable Designation	Expected	Variances	Reliability**	Coefficient of Covariance/Correlation***			
	Value (μ)	σ^2	Coefficient	X_1	X_2	X_3	Y
Ess. Tau-Eq. Test 1 (X_1)	100	225	0.92	-	207	207	78
Ess. Tau-Eq. Test 1 (X_2)	95	256	0.81	0.86	-	207	78
Ess. Tau-Eq. Test 1 (X_3)	105	289	0.72	0.81	0.76	-	78
Another Variable (Y)	70	64	0.80	0.65	0.61	0.57	-

* ค่าคงที่ที่เพิ่มขึ้นสัมพันธ์กับคะแนนจริงของแบบทดสอบ essentially tau-equivalent ทั้ง 3 ฉบับ X_1 , X_2 และ X_3 คือ $c_{12} = 5$, $c_{13} = -5$ และ $c_{23} = -10$ เมื่อ c_{ij} คือค่าคงที่ที่เพิ่มขึ้นในสมการ $\tau_{ip} = \tau_{jp} + c_{ij}$ เมื่อ i, j สมมติค่าเป็น 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

** สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในแบบทดสอบแต่ละฉบับอ้างอิงโดยการหารความแปรปรวนของคะแนนจริงในแต่ละฉบับ (เท่ากับ 207) โดยใช้ความแปรปรวนของคะแนนสังเกต และผลที่ได้จะแสดงด้วยทศนิยม 2 ตำแหน่ง

*** สัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมแสดงอยู่เหนือแนวไดอะกอนอล ซึ่งอยู่เหนือเครื่องหมาย - และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แสดงอยู่ใต้แนวไดอะกอนอลด้วยทศนิยม 2 ตำแหน่ง ขนาดของส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่า 15, 16 และ 17 สำหรับฉบับ X_1 , X_2 และ X_3 ตามลำดับ

4. The Congeneric Tests

ทางเลือกสุดท้ายของความคู่ขนานเราจะพิจารณาที่ความสัมพันธ์แบบ Congeneric (congeneric relationship) ข้อตกลงเบื้องต้นภายใต้แนวคิดนี้มีว่า

$$1) \quad \tau_{1p} = a_{12}\tau_{2p} + b_{12} \quad (11)$$

และเหมือนกับใน tau-equivalence และ essential tau-equivalence

$$2) \quad \sigma_{E_{1p}}^2 \neq \sigma_{E_{2p}}^2 \quad (12)$$

ในเทอมใหม่ของสมการ 11) คือ a_{12} เป็นการคูณค่าคงที่ในการแปลงข้อมูลเชิงเส้น (linear transformation) จากสเกลคะแนนจริงของแบบทดสอบฉบับที่ 2 ไปยังสเกลคะแนนจริงของแบบทดสอบฉบับที่ 1 และ b_{12} เป็นการบวกเพิ่มค่าคงที่ของการแปลงข้อมูลนี้

การเพิ่มค่าคงที่ b_{12} ของสมการ 11) มีสาเหตุมาจากค่าคาดหวังของคะแนนสังเกตสำหรับแบบทดสอบ 2 ฉบับที่แตกต่างกันเหมือนกับการบวกค่าคงที่ c_{12} ในสมการ 9) อันมีสาเหตุมาจากค่าคาดหวังของคะแนนสังเกตได้สำหรับแบบทดสอบที่คู่ขนานแบบ essentially tau-equivalence 2 ฉบับที่แตกต่างกัน นอกจากนี้การคูณค่าคงที่ a_{12} มีอิทธิพลมาจากการ rescaling ที่แตกต่างกันในค่าคาดหวังของคะแนนสังเกต X_1 และ X_2 เช่นความแตกต่างขึ้นอยู่กับ a_{12} และขึ้นอยู่กับขนาดของค่าคาดหวังของคะแนนสังเกตของแบบทดสอบฉบับหนึ่งหรือแบบทดสอบฉบับอื่น ๆ สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$E(X_2) - E(X_1) = \mu_{X_2} - \mu_{X_1} = (1 - a_{12})\mu_{X_2} - b_{12} \quad (13)$$

ความคู่ขนานแบบ Congeneric จะให้ผลที่สำคัญ 3 ประการคือ

- 1) สัมประสิทธิ์ของความแปรปรวนร่วมในคู่ของแบบทดสอบที่คู่ขนานกันแบบ congeneric 3 ฉบับหรือมากกว่าคู่หนึ่งสามารถจะมีความแตกต่างจากสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมในคู่ของแบบทดสอบคู่ขนานแบบ congeneric คู่อื่น ๆ
- 2) สัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมในคู่ของแบบทดสอบที่คู่ขนานกันแบบ congeneric ฉบับหนึ่งกับแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น สามารถจะมีความแตกต่างกันจากสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมในคู่ของแบบทดสอบที่คู่ขนานกันแบบ congeneric อีกฉบับหนึ่งกับแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น
- 3) สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ Congeneric สามารถแตกต่างกันได้ตามข้อตกลงข้างต้นสามารถแสดงตัวเลขที่เป็นไปตามระดับความคู่ขนาน Congeneric แสดงอยู่ในตาราง 4

ตาราง 4 แสดงจำนวนที่เท่าเทียมกันและไม่เท่าเทียมกันในทางสถิติของแบบทดสอบ 3 ฉบับ
ที่คู่ขนานแบบ Congeneric* และแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะอื่น

Variable Designation	Expected Value (μ)	Variances σ^2	Reliability** Coefficient	Coefficient of Covariance/Correlation***			
				X_1	X_2	X_3	Y
Congeneric Test 1 (X_1)	100.00	225.00	0.92	-	172.50	230.00	78.00
Congeneric Test 1 (X_2)	79.17	192.75	0.75	0.83	-	191.67	65.00
Congeneric Test 1 (X_3)	116.67	336.56	0.76	0.84	0.75	-	86.67
Another Variable (Y)	70.00	64.00	0.80	0.65	0.59	0.59	-

* การแปลงเชิงเส้นสัมพันธ์กับคะแนนจริงของแบบทดสอบ congeneric ทั้ง 3 ฉบับ X_1 , X_2 และ X_3 จะได้ $\tau_{1p} = 1.2\tau_{2p} + 5$, $\tau_{1p} = 0.9\tau_{3p} - 5$ และ $\tau_{2p} = 0.75\tau_{3p} - 8.33$

** สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในแบบทดสอบแต่ละฉบับอ้างอิงโดยการหารความแปรปรวนของคะแนนจริงในแต่ละฉบับ โดยใช้ความแปรปรวนของคะแนนสังเกต และผลที่ได้จะแสดงด้วยทศนิยม 2 ตำแหน่ง ความแปรปรวนของคะแนนจริงจะได้มาจากการใช้การแปลงข้อมูลตามที่ได้อธิบายไว้ได้ตารางนี้ สมมติว่า $\sigma_{T_1}^2 = 207$ ความแปรปรวนของคะแนนสังเกตได้มาบนพื้นฐานของคุณลักษณะของข้อทดลองที่ว่า $\sigma_{E_1}^2 = 18$, $\sigma_{E_2}^2 = 49$, $\sigma_{E_3}^2 = 82$

*** สัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมแสดงอยู่เหนือแนวไดอะกอนอล ซึ่งอยู่เหนือเครื่องหมาย - และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แสดงอยู่ใต้แนวไดอะกอนอลด้วยทศนิยม 2 ตำแหน่ง สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ congeneric X_1 , X_2 และ X_3 เท่ากับสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมระหว่างคะแนนจริง T_1 , T_2 และ T_3 ในท้ายที่สุดสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมสามารถได้มาจากการแปลงตามที่ได้อธิบายไว้ได้ตารางนี้และสมมติว่า $\sigma_{T_1}^2 = 207$

ถ้าหากการสร้างแบบทดสอบที่วัดคุณลักษณะเดียวกันขึ้นมาอาจจะไม่สามารถพิสูจน์ได้ว่ามันคู่ขนานกันแบบ Parallel แต่อาจจะพิสูจน์ได้ว่าแบบทดสอบเหล่านี้คู่ขนานกันแบบ tau-equivalent หรือคู่ขนานแบบ essentially tau-equivalent หรือคู่ขนานแบบ congeneric ก็ได้ ซึ่งความคู่ขนานที่มีข้อจำกัดน้อยที่สุดก็คือความคู่ขนานแบบ congeneric
ต่อไปนี้จะนำระดับความคู่ขนานทั้ง 5 มาสรุปตาราง 5 ดังนี้

ตาราง 5 สรุป Model ทฤษฎีความเชื่อมั่น

ระดับ	ข้อตกลงเบื้องต้น	ความเท่าเทียมกัน	การแปลผล
ความคู่ขนาน			
1. Parallel Tests	$\tau_{1p} = \tau_{2p} = \tau_{3p} = \dots$ $\sigma_{E_{1p}}^2 = \sigma_{E_{2p}}^2 = \sigma_{E_{3p}}^2$ $= \dots$	$\mu_{X_1} = \mu_{X_2} = \mu_{X_3} = \dots$ $\sigma_{X_1} = \sigma_{X_2} = \sigma_{X_3} = \dots$ $\sigma_{X_1X_2} = \sigma_{X_1X_3} = \sigma_{X_2X_3} = \dots$ $\sigma_{X_1Y} = \sigma_{X_2Y} = \sigma_{X_3Y} = \dots$ $\rho_{X_1X_2} = \rho_{X_1X_3} = \rho_{X_2X_3} = \dots$ $\rho_{X_1Y} = \rho_{X_2Y} = \rho_{X_3Y} = \dots$ $\rho_{X_1}^2 = \rho_{X_2}^2 = \rho_{X_3}^2 = \dots$	<p>ค่าคาดหวังของคะแนนสังเกตเท่ากัน</p> <p>ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสังเกตเท่ากัน</p> <p>ความแปรปรวนร่วมของคะแนนสังเกตในแบบทดสอบแต่ละคู่เท่ากัน</p> <p>ความแปรปรวนร่วมของคะแนนสังเกตในแบบทดสอบแต่ละฉบับกับแบบทดสอบฉบับอื่นเท่ากัน</p> <p>สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากัน</p> <p>สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของแบบทดสอบแต่ละฉบับกับแบบทดสอบฉบับอื่นเท่ากัน</p> <p>สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากัน</p>
2. Tau-Equivalent Tests	$\tau_{1p} = \tau_{2p} = \tau_{3p} = \dots$ $\sigma_{E_{1p}}^2 \neq \sigma_{E_{2p}}^2 \neq \sigma_{E_{3p}}^2 \neq \dots$	$\mu_{X_1} = \mu_{X_2} = \mu_{X_3} = \dots$ $\sigma_{X_1} \neq \sigma_{X_2} \neq \sigma_{X_3} \neq \dots$ $\sigma_{X_1X_2} = \sigma_{X_1X_3} = \sigma_{X_2X_3} = \dots$ $\sigma_{X_1Y} = \sigma_{X_2Y} = \sigma_{X_3Y} = \dots$ $\rho_{X_1X_2} \neq \rho_{X_1X_3} \neq \rho_{X_2X_3} \neq \dots$ $\rho_{X_1Y} \neq \rho_{X_2Y} \neq \rho_{X_3Y} \neq \dots$ $\rho_{X_1}^2 \neq \rho_{X_2}^2 \neq \rho_{X_3}^2 \neq \dots$	<p>ค่าคาดหวังของคะแนนสังเกตเท่ากัน</p> <p>ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสังเกตแตกต่างกัน</p> <p>ความแปรปรวนร่วมของคะแนนสังเกตในแบบทดสอบแต่ละคู่เท่ากัน</p> <p>ความแปรปรวนร่วมของคะแนนสังเกตในแบบทดสอบแต่ละฉบับกับแบบทดสอบฉบับอื่นเท่ากัน</p> <p>สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่างกัน</p> <p>สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของแบบทดสอบแต่ละฉบับกับแบบทดสอบฉบับอื่นต่างกัน</p> <p>สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่างกัน</p>

ระดับ ความคู่ขนาน	ข้อตกลงเบื้องต้น	ความเท่าเทียมกัน	การแปลผล
3. Essentially Tau- Equivalent Tests	$\tau_{ip} = \tau_{jp} + c_{ij}^*$ $\sigma_{E_{1p}}^2 \neq \sigma_{E_{2p}}^2 \neq \sigma_{E_{3p}}^2 \neq \dots$	$\mu_{x_1} \neq \mu_{x_2} \neq \mu_{x_3} \neq \dots$ $\sigma_{x_1} \neq \sigma_{x_2} \neq \sigma_{x_3} \neq \dots$ $\sigma_{x_1x_2} = \sigma_{x_1x_3} = \sigma_{x_2x_3} = \dots$ $\sigma_{x_1y} = \sigma_{x_2y} = \sigma_{x_3y} = \dots$ $\rho_{x_1x_2} \neq \rho_{x_1x_3} \neq \rho_{x_2x_3} \neq \dots$ $\rho_{x_1y} \neq \rho_{x_2y} \neq \rho_{x_3y} \neq \dots$ $\rho_{x_1}^2 \neq \rho_{x_2}^2 \neq \rho_{x_3}^2 \neq \dots$	ค่าคาดหวังของคะแนนสังเกตต่างกัน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสังเกตแตกต่างกัน ความแปรปรวนร่วมของคะแนนสังเกตในแบบทดสอบแต่ละคู่เท่ากัน ความแปรปรวนร่วมของคะแนนสังเกตในแบบทดสอบแต่ละฉบับกับแบบทดสอบฉบับอื่นเท่ากัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่างกัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของแบบทดสอบแต่ละฉบับกับแบบทดสอบฉบับอื่นต่างกัน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่างกัน
4. Congeneric Tests	$\tau_{ip} = a_{ij}\tau_{jp} + b_{ij}^{**}$ $\sigma_{E_{1p}}^2 \neq \sigma_{E_{2p}}^2 \neq \sigma_{E_{3p}}^2 \neq \dots$	$\mu_{x_1} \neq \mu_{x_2} \neq \mu_{x_3} \neq \dots$ $\sigma_{x_1} \neq \sigma_{x_2} \neq \sigma_{x_3} \neq \dots$ $\sigma_{x_1x_2} \neq \sigma_{x_1x_3} \neq \sigma_{x_2x_3} \neq \dots$ $\sigma_{x_1y} \neq \sigma_{x_2y} \neq \sigma_{x_3y} \neq \dots$ $\rho_{x_1x_2} \neq \rho_{x_1x_3} \neq \rho_{x_2x_3} \neq \dots$ $\rho_{x_1y} \neq \rho_{x_2y} \neq \rho_{x_3y} \neq \dots$ $\rho_{x_1}^2 \neq \rho_{x_2}^2 \neq \rho_{x_3}^2 \neq \dots$	ค่าคาดหวังของคะแนนสังเกตต่างกัน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสังเกตแตกต่างกัน ความแปรปรวนร่วมของคะแนนสังเกตในแบบทดสอบแต่ละคู่ต่างกัน ความแปรปรวนร่วมของคะแนนสังเกตในแบบทดสอบแต่ละฉบับกับแบบทดสอบฉบับอื่นต่างกัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่างกัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของแบบทดสอบแต่ละฉบับกับแบบทดสอบฉบับอื่นต่างกัน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่างกัน

* C_{ij} คือค่าคงที่ที่เชื่อมโยงกับค่าคาดหวังของคะแนนจริงของแบบทดสอบ Essentially tau-equivalent ฉบับ i และ j ค่าคงที่นี้จะเหมือนกันในทุก ๆ บุคคล p

** a_{ij} และ b_{ij} ตามลำดับคือความชันและจุดตัดของการแปลงเป็นเส้นตรงที่เชื่อมโยงกับค่าคาดหวังของคะแนนจริงของแบบทดสอบ Congeneric ฉบับ i และ j การแปลงนี้จะมีค่าเหมือนกันในทุก ๆ บุคคล p