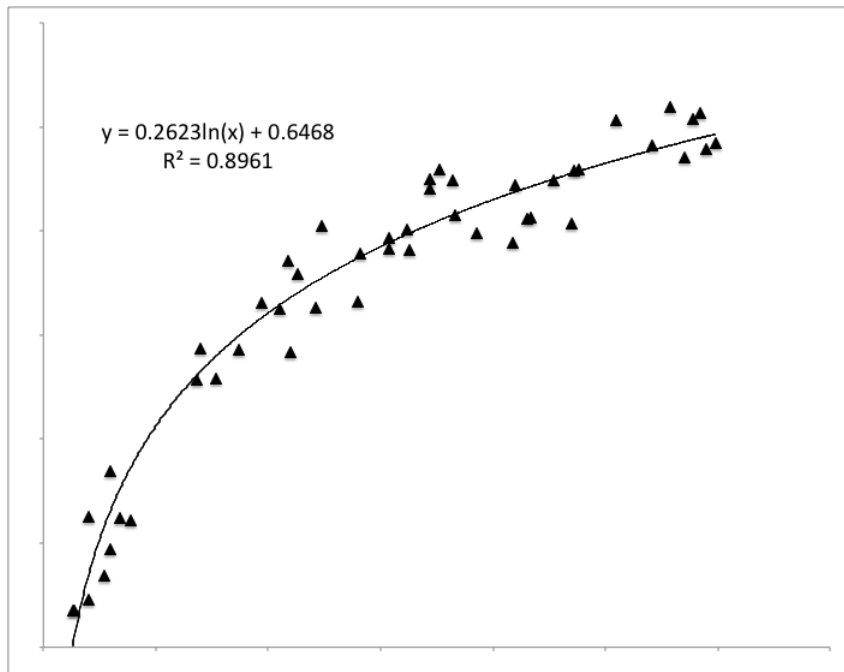


# การวิเคราะห์การถดถอย

## Regression Analysis



พรสิน สุภวาลย์  
มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร

# การวิเคราะห์การถดถอย

# Regression Analysis

พรสิน สุภวาลย์

Ph.D. (Applied Statistics and Research Methods)

สาขาวิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร

2556

ชื่อหนังสือ	การวิเคราะห์การถดถอย	ปีที่พิมพ์	กรกฎาคม 2556
ชื่อผู้เรียบเรียง	พรสิน สุภวาลัย	สถานที่พิมพ์	โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
ครั้งที่พิมพ์	พิมพ์ครั้งที่ 1	จำนวนที่พิมพ์	200 เล่ม

## คำนำ

การวิเคราะห์การถดถอยเป็นวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติแบบหนึ่งที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในงานวิจัยในทุกสาขาวิชาเพื่อใช้ในการพยากรณ์ตัวแปรตามและ/หรือเพื่อใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

ผู้เรียบเรียงมีโอกาสดำเนินการวิทยานิพนธ์และงานวิจัยที่ใช้การวิเคราะห์การถดถอยในการวิเคราะห์ข้อมูลให้กับนักศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและนักวิจัยในหลายสาขาวิชาของมหาวิทยาลัยหลายแห่ง ทำให้คิดว่าน่าจะเรียบเรียงหนังสือการวิเคราะห์การถดถอยขึ้นเพื่อให้เกิดประโยชน์แก่นักศึกษาและนักวิจัยที่จะได้ใช้ในการวิจัย นอกจากนี้ นักศึกษายังสามารถใช้อ่านประกอบการเรียนวิชาการวิเคราะห์การถดถอยซึ่งเปิดสอนในหลายมหาวิทยาลัย

เนื้อหาของหนังสือเล่มนี้แบ่งออกเป็น 9 บท โดยบทแรกเป็นการอธิบายเกี่ยวกับการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวอย่างง่ายๆ บทที่สองกล่าวถึงการสร้างตัวแบบการถดถอยอย่างง่ายเชิงเส้น ในส่วนของบทที่เหลือถัดมาจะกล่าวถึงการตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของตัวแบบที่สร้างขึ้น การสร้างตัวแบบการถดถอยพหุ การสร้างตัวแบบการถดถอยที่ไม่ใช่เชิงเส้น การสร้างตัวแบบการถดถอยที่มีตัวแปรอิสระเชิงคุณภาพและวิธีการเลือกตัวแบบต่างๆ ตลอดทั้งเล่มมีการแทรกวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการใช้โปรแกรม MINITAB version 11 (student version) และการอ่านค่าผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมดังกล่าว

ผู้เรียบเรียงขอขอบพระคุณคณาจารย์ในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครที่ได้กรุณาให้คำแนะนำ โดยเฉพาะอย่างยิ่งอาจารย์อภิชาติ ลือสมย์ที่ได้กรุณาอ่าน ตรวจสอบแก้ไข จนทำให้หนังสือที่น่าอ่านและเข้าใจง่าย นอกจากนี้ยังขอขอบคุณบริษัทผู้ผลิตและจัดจำหน่ายโปรแกรม MINITAB อย่างไรก็ตามหากท่านผู้อ่านมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ขอให้โปรดแจ้งให้ทราบด้วยจักขอบคุณยิ่ง

พรสิน สุภวาลย์

กรกฎาคม 2556

# สารบัญ

	หน้า
คำนำ.....	(1)
สารบัญ.....	(3)
สารบัญภาพ.....	(11)
สารบัญตาราง.....	(13)
<b>บทที่ 1 บทนำ.....</b>	<b>1</b>
สรุป.....	7
คำถามท้ายบท.....	7
<b>บทที่ 2 การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย.....</b>	<b>9</b>
2.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด.....	10
2.1.1 ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ $\beta_0$ และ $\beta_1$ .....	10
2.1.2 คุณสมบัติของตัวประมาณค่า $b_0$ และ $b_1$ .....	15
2.1.3 การประมาณค่าความแปรปรวน.....	16
2.1.4 คุณสมบัติของค่าพยากรณ์และส่วนเหลือ.....	17
2.1.5 ตัวแบบถดถอยที่ลบออกด้วยค่ากลาง.....	18
2.2 การอนุมานของตัวประมาณค่าของสมการถดถอย.....	19
2.2.1 การประมาณค่าแบบช่วงของตัวประมาณค่าของสมการถดถอย.....	19
2.2.2 การทดสอบสมมติฐานของค่าพารามิเตอร์ $\beta_0$ และ $\beta_1$ .....	22
2.2.3 การประมาณค่าแบบช่วงของตัวพยากรณ์.....	26
2.3 การวิเคราะห์ความแปรปรวน.....	29
2.3.1 ผลรวมกำลังสอง.....	29
2.3.2 องศาเสรี.....	30

2.3.3 ค่าเฉลี่ยกำลังสอง.....	31
2.3.4 ค่าสถิติ $F$ .....	31
2.4 สัมประสิทธิ์การตัดสินใจ.....	33
2.5 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์.....	36
2.6 สมการถดถอยผ่านจุดกำเนิด.....	37
สรุป.....	39
คำถามท้ายบท.....	40
<b>บทที่ 3 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของตัวแบบ.....</b>	<b>43</b>
3.1 คุณสมบัติของส่วนเหลือ.....	43
3.2 การวิเคราะห์ส่วนเหลือ.....	45
3.2.1 ฟังก์ชันการถดถอยไม่เป็นเส้นตรง.....	48
3.2.2 ส่วนเหลือมีความแปรปรวนที่ไม่คงที่.....	49
3.2.3 ส่วนเหลือไม่เป็นอิสระต่อกัน.....	50
3.2.4 การมีค่าผิดปกติ.....	50
3.2.5 ส่วนเหลือมีการแจกแจงที่ไม่เป็นปกติ.....	51
3.2.6 ตัวแปรอิสระที่สำคัญบางตัวไม่ถูกรวมเข้าในการสร้างตัวแบบถดถอย.....	53
3.2.7 การวิเคราะห์ส่วนเหลือโดยใช้การทดสอบทางสถิติ.....	55
3.3 การทดสอบความเหมาะสมของสมการถดถอย.....	60
3.4 การแก้ไขข้อมูลที่ไม่เป็นไปตามข้อตกลง.....	65
3.4.1 การแก้ไขความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นเส้นตรง.....	65
3.4.2 การแก้ไขความแปรปรวนที่ไม่คงที่ของความคลาดเคลื่อน.....	66
3.4.3 การแก้ไขความไม่เป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน.....	66
3.4.4 การแก้ไขความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีการแจกแจงแบบปกติ.....	66
3.4.5 การแก้ไขข้อมูลในกรณีที่ไม่ได้รวมตัวแปรที่สำคัญเข้าในตัวแบบ.....	66

## หน้า

3.5 การแปลงข้อมูล.....	66
3.5.1 การแปลงข้อมูลที่ไม่มีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง.....	66
3.5.2 การแปลงข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงแบบปกติและมีความแปรปรวนไม่คงที่.....	73
3.5.3 การแปลงข้อมูลโดยวิธี Box-Cox transformation.....	77
สรุป.....	80
คำถามท้ายบท.....	81
<b>บทที่ 4 เมตริกซ์ในการวิเคราะห์การถดถอย.....</b>	<b>83</b>
4.1 เมตริกซ์.....	83
4.2 ชนิดของเมตริกซ์.....	84
4.2.1 เมตริกซ์จัตุรัส.....	84
4.2.2 เมตริกซ์เฉียง.....	84
4.2.3 เมตริกซ์เอกลักษณะ.....	84
4.2.4 สเกลาร์เมตริกซ์.....	84
4.2.5 เมตริกซ์หนึ่ง.....	85
4.2.6 เมตริกซ์สมมาตร.....	85
4.3 การดำเนินการของเมตริกซ์.....	86
4.3.1 การสลับเปลี่ยนของเมตริกซ์.....	86
4.3.2 การเท่ากันของเมตริกซ์.....	86
4.3.3 การบวกและลบเมตริกซ์.....	87
4.3.4 การคูณเมตริกซ์ด้วยสเกลาร์.....	87
4.3.5 การคูณเมตริกซ์ด้วยเมตริกซ์.....	88
4.4 ตัวกำหนด.....	90
4.4.1 กรณีสเกลาร์ $A_{2 \times 2}$ .....	90
4.4.2 กรณีสเกลาร์ $A_{3 \times 3}$ .....	90

	หน้า
4.4.3 กรณีทั่วไป.....	91
4.5 เมตริกซ์ผกผัน.....	92
4.5.1 กรณี $A_{2 \times 2}$ .....	93
4.5.2 กรณีทั่วไป.....	93
4.6 สมการถดถอยในรูปของเมตริกซ์.....	95
4.6.1 สมการถดถอย.....	96
4.6.2 ค่าพยากรณ์.....	97
4.6.3 ส่วนเหลือ.....	99
4.7 การวิเคราะห์ความแปรปรวน.....	100
4.7.1 ผลรวมกำลังสองทั้งหมด.....	100
4.7.2 ผลรวมกำลังสองความคลาดเคลื่อน.....	100
4.7.3 ผลรวมกำลังสองถดถอย.....	101
4.8 การประมาณค่าความแปรปรวนและการพยากรณ์.....	102
4.8.1 ค่าความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์การถดถอย.....	104
4.8.2 ความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ของค่าคาดหวังของตัวแปรตามและ ค่าพยากรณ์ของตัวแปรตาม.....	103
สรุป.....	104
คำถามท้ายบท.....	104
<b>บทที่ 5 การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ.....</b>	<b>109</b>
5.1 ตัวแบบการถดถอยพหุ.....	109
5.2 สมการถดถอยในรูปของเมตริกซ์.....	111
5.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์.....	111
5.4 ค่าพยากรณ์.....	114
5.5 ส่วนเหลือ.....	115



## หน้า

5.6 คุณสมบัติของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์.....	116
5.7 การวิเคราะห์ความแปรปรวน.....	117
5.7.1 ผลรวมกำลังสองทั้งหมด.....	117
5.7.2 ผลรวมกำลังสองความคลาดเคลื่อน.....	117
5.7.3 ผลรวมกำลังสองถดถอย.....	117
5.8 สัมประสิทธิ์การตัดสินใจสำหรับตัวแปรอิสระหลายตัว.....	120
5.9 การอนุมานค่าพารามิเตอร์ของสมการถดถอยเชิงเส้นพหุ.....	122
5.9.1 ช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่า $\beta_j$ .....	122
5.9.2 การทดสอบสมมติฐานของค่าพารามิเตอร์ $\beta_j$ .....	122
5.10 การประมาณค่าแบบช่วงของค่าเฉลี่ยของตัวแปรตาม.....	124
5.11 การแบ่งส่วนของตัวแบบ.....	125
5.11.1 การทดสอบเอฟบางส่วน.....	125
5.11.2 สัมประสิทธิ์การตัดสินใจบางส่วน.....	129
5.12 ขนาดตัวอย่าง.....	131
สรุป.....	131
คำถามท้ายบท.....	132

## บทที่ 6 การวิเคราะห์การถดถอยที่ไม่ใช่เชิงเส้น..... 135

6.1 รูปแบบการถดถอยที่ไม่ใช่เชิงเส้น.....	135
6.1.1 รูปแบบโพลิโนเมียลลำดับที่ $p$ .....	135
6.1.2 รูปแบบที่ไม่เป็นเส้นตรงที่แปลงเป็นเส้นตรงได้.....	135
6.2 รูปแบบโพลิโนเมียลที่มีตัวแปรอิสระ 1 ตัว.....	135
6.2.1 การหาค่าลิ่งที่เหมาะสมของตัวแบบ.....	136
6.2.2 การทดสอบความเหมาะสมของสมการถดถอย.....	139
6.2.3 สัมประสิทธิ์การตัดสินใจของการถดถอยพหุ.....	141
6.3 รูปแบบโพลิโนเมียลที่มีตัวแปรอิสระมากกว่า 1 ตัว.....	141

	หน้า
6.4 รูปแบบที่ไม่เป็นเส้นตรงที่แปลงเป็นเส้นตรงได้.....	145
6.4.1 รูปแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล.....	145
6.4.2 รูปแบบไฮเปอร์โบล่า.....	146
6.4.3 รูปแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลผกผัน.....	146
สรุป.....	151
คำถามท้ายบท.....	151
<b>บทที่ 7 การวิเคราะห์การถดถอยสำหรับตัวแปรอิสระเชิงคุณภาพ.....</b>	<b>155</b>
7.1 ตัวแปรอิสระเชิงคุณภาพ 1 ตัวที่มีสองกลุ่มย่อย.....	155
7.2 ตัวแปรอิสระเชิงคุณภาพ 1 ตัวที่มีมากกว่าสองกลุ่มย่อย.....	169
7.3 ตัวแปรอิสระเชิงคุณภาพสองตัว.....	173
สรุป.....	178
คำถามท้ายบท.....	178
<b>บทที่ 8 การเลือกตัวแบบที่เหมาะสม.....</b>	<b>181</b>
8.1 เกณฑ์การเลือกตัวแบบที่เหมาะสม.....	181
8.1.1 ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจสำหรับตัวแปรอิสระหลายตัว.....	181
8.1.2 ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ปรับแล้วสำหรับตัวแปรอิสระหลายตัว.....	182
8.1.3 ค่าเฉลี่ยกำลังสองคลาดเคลื่อน.....	183
8.1.4 $C_p$ .....	183
8.1.5 $PRESS_p$ .....	184
8.2 เทคนิคการเลือกตัวแบบที่เหมาะสม.....	189
8.2.1 การพิจารณาทุกตัวแบบ.....	189
8.2.2 การเพิ่มตัวแปรอิสระ.....	191
8.2.3 การลดตัวแปรอิสระ.....	193
8.2.4 การเพิ่มตัวแปรอิสระแบบขั้นตอน.....	196

## หน้า

สรุป.....	199
คำถามท้ายบท.....	200
<b>บทที่ 9 การตรวจสอบและแก้ไขรูปแบบของตัวแบบเชิงเส้นพหุ.....</b>	<b>205</b>
9.1 ปัญหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ.....	205
9.2 ปัญหาค่าผิดปกติในตัวแปรตาม.....	210
9.2.1 ส่วนเหลือมาตรฐาน.....	210
9.2.2 ส่วนเหลือปรับแล้ว.....	211
9.2.3 ส่วนเหลือที่ถูกตัดออก.....	211
9.2.4 ส่วนเหลือปรับแล้วที่ถูกตัดออก.....	212
9.3 ปัญหาค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ.....	216
9.4 ปัญหาค่าที่มีอิทธิพล.....	217
9.4.1 ค่าที่มีอิทธิพลต่อค่าพยากรณ์หนึ่งค่า.....	217
9.4.2 ค่าที่มีอิทธิพลต่อค่าพยากรณ์ทั้งหมด.....	218
9.4.3 ค่าที่มีอิทธิพลต่อค่าสัมประสิทธิ์.....	218
สรุป.....	224
คำถามท้ายบท.....	224
<b>บรรณานุกรม.....</b>	<b>229</b>
<b>ภาคผนวก</b>	
<b>ตารางสถิติ.....</b>	<b>231</b>
<b>ดัชนี.....</b>	<b>247</b>
<b>INDEX.....</b>	<b>251</b>
<b>เฉลยคำถามท้ายบท.....</b>	<b>255</b>

# สารบัญญภาพ

ภาพที่	หน้า
1.1 แผนภาพกระจายแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่าย (ล้านบาท) และ ยอดขาย (ล้านบาท).....	3
1.2 แผนภาพกระจายแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่ใช้ (%) และจำนวน แมลงที่ฟักเป็นตัว (ตัว).....	5
2.1 หน้าจอการวิเคราะห์การถดถอย.....	14
2.2 หน้าจอผลลัพธ์ของการวิเคราะห์การถดถอย.....	15
2.3 ความสัมพันธ์ที่เป็นเส้นตรงในช่วงแรก.....	35
2.4 ความสัมพันธ์แบบเส้นโค้ง.....	35
3.1 แผนภาพกระจายระหว่างส่วนเหลือกับตัวแปรอิสระ.....	46
3.2 แผนภาพกระจายระหว่างค่าสัมบูรณ์ของส่วนเหลือกับตัวแปรอิสระ.....	46
3.3 แผนภาพกระจายระหว่างส่วนเหลือกับค่าพยากรณ์.....	46
3.4 แผนภาพกระจายระหว่างส่วนเหลือกับเวลา.....	47
3.5 แผนภาพกล่องของส่วนเหลือ.....	47
3.6 แผนภาพกระจายแบบปกติของส่วนเหลือ.....	47
3.7 ก การกระจายของ $X$ กับ $Y$ .....	48
3.7 ข การกระจายของ $X$ กับส่วนเหลือ.....	48
3.8 การกระจายของตัวแปรอิสระกับส่วนเหลือในรูปแบบต่างๆ.....	49
3.9 การกระจายของเวลากับส่วนเหลือในรูปแบบต่างๆ.....	50
3.10 แผนภาพกระจายระหว่างตัวแปรอิสระกับค่าสัมบูรณ์ของส่วนเหลือมาตรฐาน.....	51
3.11 แผนภาพการทดสอบความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบปกติ.....	53
3.12 แผนภาพกระจายระหว่างอายุงานกับเวลาที่ใช้.....	54-55
3.13 หน้าจอการทดสอบความเหมาะสม.....	64
3.14 หน้าจอผลลัพธ์การทดสอบความเหมาะสม.....	65
3.15 ฟังก์ชันของข้อมูลแบบต่างๆ.....	68

	หน้า
3.16 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพยากรณ์และส่วนเหลือ.....	74
3.17 หน้าจอการหาค่า $\lambda$ ที่เหมาะสม.....	79
5.1 หน้าจอผลลัพธ์การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ.....	120
7.1 เส้นถดถอยสำหรับเพศทั้งสอง.....	156
8.1 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนตัวแปรอิสระกับค่า $R_p^2$ .....	182
8.2 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนตัวแปรอิสระกับค่า $MSE(p)$ .....	183
8.3 หน้าจอการคำนวณค่า $R_p^2$ , $R_{adj}^2(p)$ และ $C_p$ .....	188
8.4 หน้าจอการคำนวณค่า $PRESS_p$ .....	189
8.5 หน้าจอการคำนวณโดยวิธีการเพิ่มตัวแปรอิสระ.....	192
8.6 หน้าจอการคำนวณโดยวิธีการลดตัวแปรอิสระ.....	195
8.7 หน้าจอการคำนวณโดยวิธีการเพิ่มตัวแปรอิสระแบบขั้นตอน.....	198
9.1 หน้าจอการคำนวณค่า $VIF$ .....	207
9.2 หน้าจอการคำนวณส่วนเหลือปรับแล้วที่ถูกตัดออก.....	213
9.3 หน้าจอการคำนวณ $(DFITS)_i$ และ Cook's Distance.....	219

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 ฟังก์ชันการแปลงข้อมูลแบบต่างๆ.....	69
3.2 รูปแบบการแปลงโดยพิจารณาฟังก์ชันของความแปรปรวน.....	74