การทดสอบสมมติฐานของกลุ่มตัวอย่าง : การทดสอบ t

4

กระบวนการทางสถิติ t-test เป็นการแจกแจงแบบ Student's t สำหรับเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย 2 ค่า นอกจากนั้นยังแสดงค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในแต่ละตัวแปรด้วย จะนำเสนอใน 3 หัวข้อคือ

1. การวิเคราะห์กรณีเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกับประชากรหรือค่าคงที่ในทฤษฎี
2. การทดสอบสมมติฐานของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระจากกัน
3. การทดสอบสมมติฐานของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่สัมพันธ์กัน

1. การวิเคราะห์กรณีเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกับประชากรหรือค่าคงที่ในทฤษฎี

ใช้ทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกับค่าเฉลี่ยของกลุ่มประชากร หรือค่าคงที่จากทฤษฎีใดทฤษฎีหนึ่ง หรือค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่งที่ผู้วิจัยต้องการเปรียบเทียบ

สมมติฐาน

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

สูตรคำนวณ

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \quad ; \quad df = n - 1$$

ตัวอย่าง 4.1

ตามทฤษฎีทางเคมีของสารประกอบชนิดหนึ่ง มีส่วนประกอบของเหล็กคิดเป็น 11.8 เปอร์เซ็นต์ เพื่อทดสอบทฤษฎีนี้นักเคมีได้ทำการทดลองสารประกอบชนิดนี้ต่าง ๆ กัน 9 ครั้ง ปรากฏว่ามีเปอร์เซ็นต์ของเหล็กผสมอยู่ดังนี้

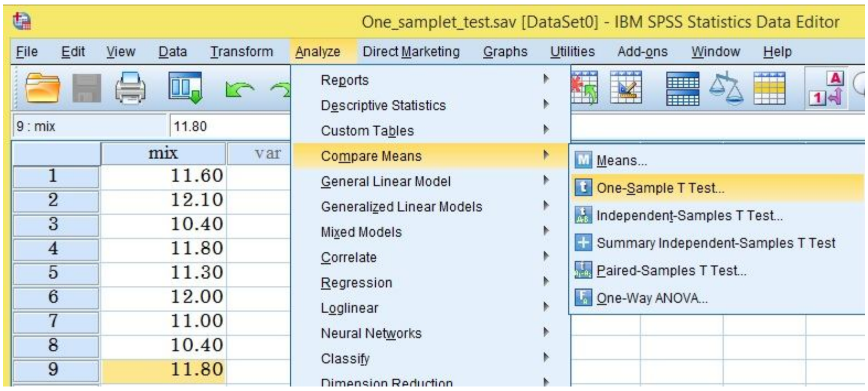
11.6, 12.1, 10.4, 11.8, 11.3, 12.0, 11.0, 10.4, 11.8

จะตัดสินได้หรือไม่ว่า เปอร์เซ็นต์เฉลี่ยของเหล็กในสารประกอบจะแตกต่างไปจาก 11.8 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สมมติฐานทางสถิติ $H_0 : \mu_1 = 11.8$

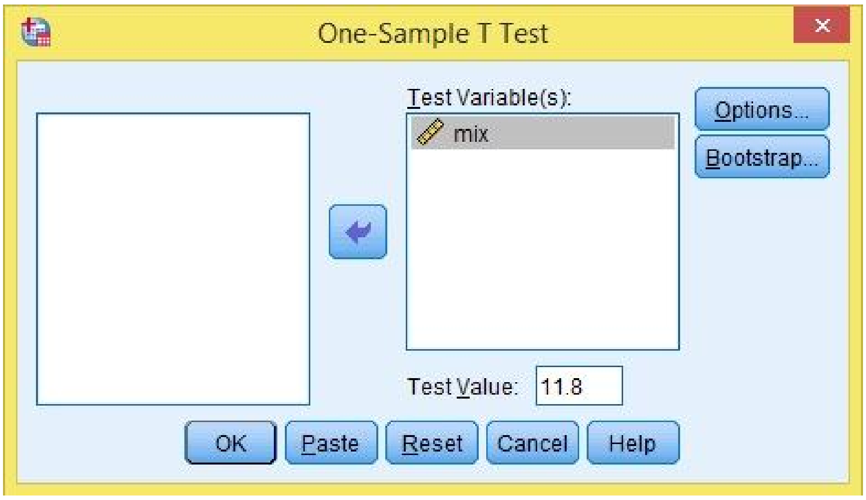
$H_1 : \mu_1 \neq 11.8$

ตั้งชื่อตัวแปรว่า mix และป้อนข้อมูลทั้ง 9 Case นี้ เสร็จแล้วดำเนินการวิเคราะห์ ใช้เมนูหลัก “Analyze” เมนูรอง “Compare Means” เมนูย่อย “One-Samples T Test”



ภาพประกอบ 4.1

จะปรากฏหน้าต่าง “One-Sample T Test” เลือกตัวแปรที่ต้องการใส่ในช่อง “Test Variable(s):” และพิมพ์ค่าคงที่ใส่ในช่อง “Test value:” ในที่นี้คือค่า 11.8 ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ 4.2

แล้วคลิก “OK” โปรแกรมจะประมวลผลแสดงผลลัพธ์ในหน้าต่าง Output

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
mix	9	11.3778	.64957	.21652

One-Sample Test

	Test Value = 11.8					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
mix	-1.950	8	.087	-.42222	-.9215	.0771

ภาพประกอบ 4.3

ตารางแรกจะแสดงค่าสถิติพื้นฐานของตัวแปร และตารางที่สองจะแสดงค่าสถิติ t-test สามารถนำเสนอผลการวิเคราะห์ลงตารางได้ดังนี้

ตัวแปร	ค่าเฉลี่ยประชากร	ค่าเฉลี่ยกลุ่มตัวอย่าง	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	t	Sig.
เปอร์เซ็นต์ของเหล็ก	11.80	11.38	.65	1.95	.087

ผลการทดสอบปรากฏว่า Sig. มีค่า .087 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญ .05 ยอมรับ H_0 นั่นคือสารประกอบชนิดนี้มีส่วนผสมของเหล็กแตกต่างไปจาก 11.8 อย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

2. การทดสอบสมมติฐานของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระจากกัน (t-test Independent)

ในการทดสอบสมมติฐานกรณีที่ต้องการหาความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มหนึ่งว่าแตกต่างจากอีกกลุ่มหนึ่งหรือไม่ เช่น ในการวิจัยเชิงทดลองต้องการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบทักษะกระบวนการว่าจะมีคะแนนเฉลี่ยแตกต่างจากกลุ่มควบคุมหรือไม่ ในกรณีนี้กลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มเป็นอิสระจากกัน เราสามารถตั้งสมมติฐานได้ดังนี้

สมมติฐาน

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

สูตรคำนวณ

ขั้นแรก คำนวณหาว่ากลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มมีความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันหรือไม่ ด้วยสูตร F-test มีสมมติฐานดังนี้

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

คำนวณด้วยสูตร

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \; ; \quad df_1 = n_1 - 1 \; ; \; df_2 = n_2 - 1$$

ขั้นสอง พิจารณาค่า F-test ถ้า F-test ที่คำนวณได้ไม่มีนัยสำคัญทางสถิตินั่นคือ ยอมรับ H_0 แสดงว่าความแปรปรวนของทั้งสองกลุ่มเท่ากัน ใช้สูตร 1 (Pooled Variance) ถ้า F-test ที่คำนวณได้มีนัยสำคัญทางสถิตินั่นคือ ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 แสดงว่าความแปรปรวนของทั้งสองกลุ่มไม่เท่ากัน ใช้สูตร 2 (Separate Variance)

ขั้นสาม เลือกใช้สูตรคำนวณค่า t-test

<u>สูตร 1</u> เมื่อ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left\{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right\}}}$$

$$df = n_1 + n_2 - 1$$

<u>สูตร 2</u> เมื่อ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$df = \frac{\left((S_1^2 / n_1)^2 + (S_2^2 / n_2)^2\right)^2}{\frac{(S_1^2 / n_1)^2}{n_1 - 1} - \frac{(S_2^2 / n_2)^2}{n_2 - 1}}$$

<u>ตัวอย่าง 4.2</u>

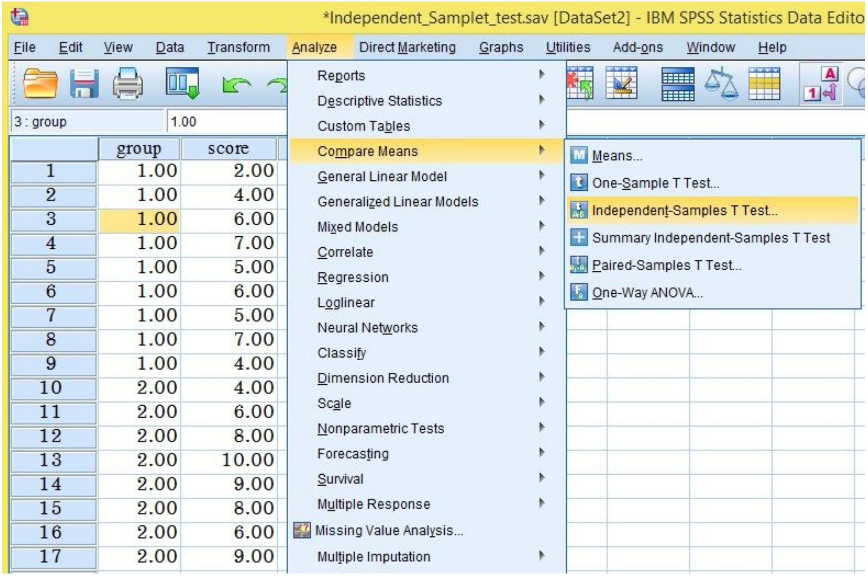
จากการทดลองกับเด็กนักเรียน 2 กลุ่ม ผลปรากฏว่า เด็กแต่ละคนได้คะแนนดังนี้

กลุ่ม ก.	2	4	6	7	5	6	5	7	4
กลุ่ม ข.	4	6	8	10	9	8	6	9	

จงทดสอบคะแนนเฉลี่ยระหว่าง 2 กลุ่มนี้ว่าแตกต่างกันหรือไม่

สร้างตัวแปร 2 ตัวแปร คือ group โดยกำหนดรหัส 1 แทนกลุ่ม ก. และ 2 แทนกลุ่ม ข. และตัวแปร score แทนคะแนนของเด็กแต่ละคน และป้อนข้อมูลจำนวน 17 Case ตามตัวอย่าง

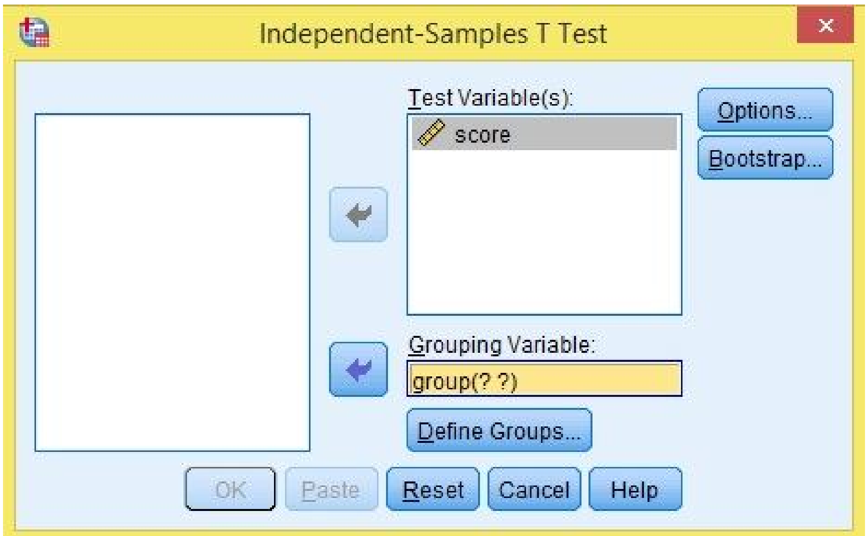
การวิเคราะห์ t-test จะใช้เมนูหลัก “Analyze” เมนูรอง “Compare Means” เมนูย่อย “Independent-Samples T Test”



	group	score
1	1.00	2.00
2	1.00	4.00
3	1.00	6.00
4	1.00	7.00
5	1.00	5.00
6	1.00	6.00
7	1.00	5.00
8	1.00	7.00
9	1.00	4.00
10	2.00	4.00
11	2.00	6.00
12	2.00	8.00
13	2.00	10.00
14	2.00	9.00
15	2.00	8.00
16	2.00	6.00
17	2.00	9.00

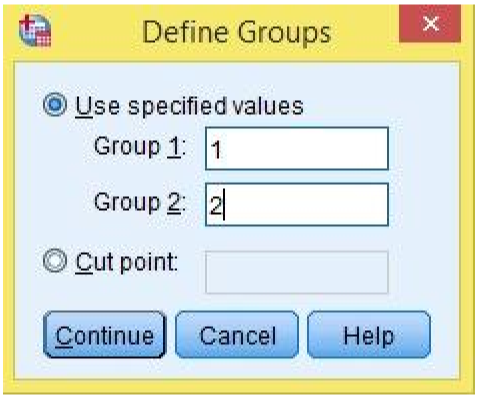
ภาพประกอบ 4.4

จะปรากฏหน้าต่าง “Independent-Samples T Test”



ภาพประกอบ 4.5

เลือกตัวแปรตามใส่ช่อง “Test Variables(s) :” และตัวแปรอิสระใส่ในช่อง “Grouping Variable :” ในที่นี้ตัวแปรตามคือตัวแปร “score” และตัวแปรจัดกลุ่มคือ “group” จากนั้นคลิกปุ่ม “Define Groups…” จะปรากฏหน้าต่าง



ภาพประกอบ 4.6

ให้ใส่รหัสของตัวแปร “group” ที่แทนกลุ่มที่ 1 และรหัสที่แทนกลุ่มที่ 2 ซึ่งในที่นี้เราใช้รหัส 1 แทนกลุ่ม ก. และรหัส 2 แทนกลุ่ม ข. จากนั้นคลิกปุ่ม “Continue” และคลิกปุ่ม “OK” โปรแกรมจะแสดงผลลัพธ์ในหน้าต่าง “Output”

Group Statistics

	group	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
score	1.00	9	5.1111	1.61589	.53863
	2.00	8	7.5000	2.00000	.70711

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
score	Equal variances assumed	.689	.419	-2.723	15	.016	-2.38889	.87724	-4.25868	-.51910
	Equal variances not assumed			-2.688	13.502	.018	-2.38889	.88889	-4.30198	-.47580

ภาพประกอบ 4.7

ผลลัพธ์จากการประมวลผลจะแสดงค่าสถิติพื้นฐานของตัวแปรตาม (score) โดยจำแนกตามกลุ่ม (group) โปรแกรมจะทำการทดสอบความแปรปรวนโดยใช้สถิติ F-test ในที่นี้ได้ค่า F-test เท่ากับ .689 ปรากฏว่ามีนัยสำคัญที่ .419 ซึ่งมีค่ามากกว่า .05 (Sig. > .05) แสดงว่าความแปรปรวนของ 2 กลุ่มนี้ไม่แตกต่างกัน จากนั้นจึงทำการทดสอบค่าสถิติ t-test โดยเลือกดูบรรทัดแรก (Equal variances assumed) ค่าสถิติ t-test มีค่าเท่ากับ -2.723, df = 15 มีนัยสำคัญทางสถิติที่ .016 ซึ่งมีค่าน้อยกว่า .05 (Sig. < .05) แสดงว่ามีคะแนนเฉลี่ยแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือคะแนนของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมีค่าแตกต่างกัน โดยกลุ่ม ข. (Mean = 7.50) มีค่าเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่ม ก. (Mean = 5.11)

ถ้าหากผลการทดสอบ F-test ปรากฏว่ามีค่า Sig. ≤ .05 แสดงว่าความแปรปรวนของทั้งสองกลุ่มนี้แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 นั่นคือความแปรปรวนของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกัน จะเลือกดูค่าสถิติ t-test บรรทัดที่สอง Equal Variances not assumed ถ้าค่า F-test มีค่า Sig > .05 แสดงว่าไม่มีนัยสำคัญทางสถิติความแปรปรวนของทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน ให้เลือกดูที่บรรทัด Equal variances assumed

สำหรับนัยสำคัญทางสถิติของ t-test ก็พิจารณาเช่นเดียวกัน ถ้ามีค่า Sig. $\leq$ .01 แสดงว่ามีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 ถ้ามีค่า Sig. $\leq$ .05 แสดงว่ามีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 ถ้ามีค่า Sig. > .05 แสดงว่าไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สังเกตในช่องช่วงความเชื่อมั่น "95% Confidence Interval of the Difference" ถ้าค่าต่ำสุด (Lower) และสูงสุด (Upper) คร่อมศูนย์แสดงว่ายอมรับ H_0 แต่ในตารางนี้ค่าไม่คร่อมศูนย์แสดงว่าปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

การนำเสนอค่าลงตารางอาจทำได้ดังนี้

กลุ่ม	N	$\bar{X}$	SD	t	Sig.
กลุ่ม ก.	9	5.11	1.62	2.72	.02
กลุ่ม ข.	8	7.50	2.00		

สามารถแปลความหมายได้ว่า กลุ่ม ก. มีค่าเฉลี่ย 5.11 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.62 ส่วนกลุ่ม ข. มีค่าเฉลี่ย 7.50 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.0 เมื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยพบว่า คือ กลุ่ม ข. มีค่าเฉลี่ยสูงกว่าค่าเฉลี่ยกลุ่ม ก. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. การทดสอบสมมติฐานของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่สัมพันธ์กัน (Paired Samples t-test)

ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยสองค่าว่ามีความแตกต่างกันหรือไม่ โดยค่าเฉลี่ยทั้งสองค่านี้วัดมาจากกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่สัมพันธ์ โดยอาจจะวัดมาจากกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียวกัน 2 ครั้ง หรือวัดมาจากกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ได้มาจากการจับคู่คุณลักษณะที่เท่าเทียมกัน มีวิธีการคำนวณหาความแตกต่างของค่าเฉลี่ยดังนี้

สมมติฐาน

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

สูตรคำนวณ

$$t = \frac{\Sigma D}{\sqrt{\frac{N\Sigma D^2 - (\Sigma D)^2}{N-1}}}$$

$$df = n - 1$$

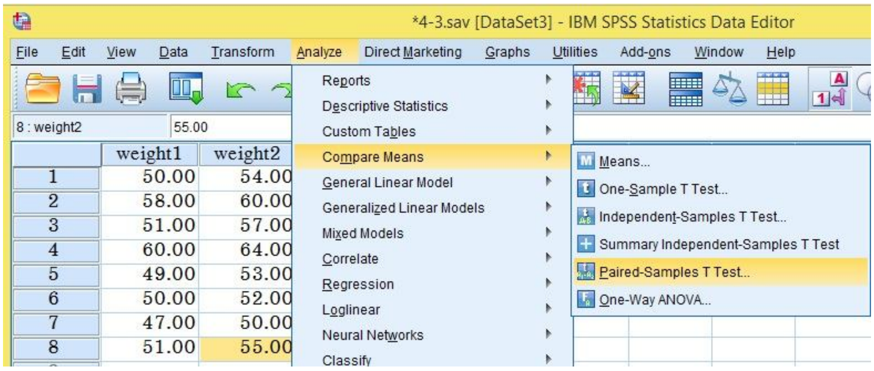
ตัวอย่าง 4.3

นำเอาสุกรที่มีคุณสมบัติเหมือน ๆ กันมาศึกษา 8 คู่ แล้วแบ่งแต่ละคู่ออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกให้กินรำอย่างเดียว กลุ่มที่ 2 ให้กินรำกับผัก เลี้ยงไว้นาน 6 เดือน ได้น้ำหนักเป็นกิโลกรัมดังนี้

คู่ที่	1	2	3	4	5	6	7	8
กลุ่มที่ 1	50	58	51	60	49	50	47	51
กลุ่มที่ 2	54	60	57	64	53	52	50	55

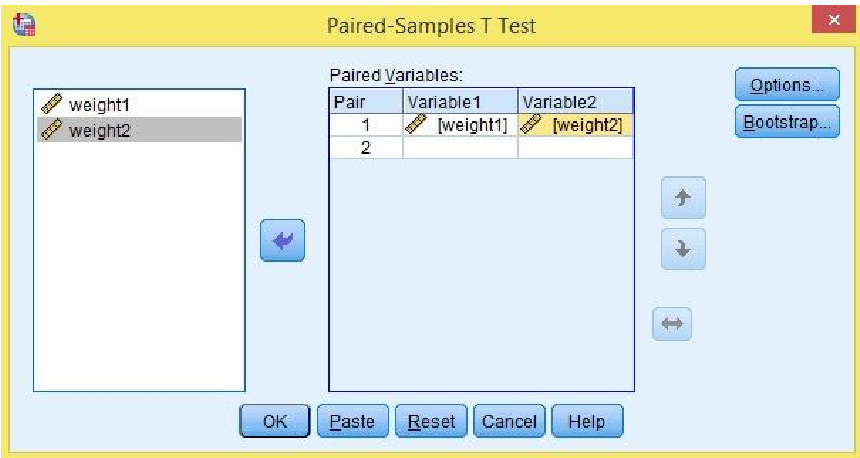
ทดสอบว่า การให้อาหารหมู 2 ชนิด มีผลทำให้น้ำหนักหมูแตกต่างกันหรือไม่

สร้างตัวแปร 2 ตัวชื่อว่า weight1 สำหรับข้อมูลกลุ่มที่ 1 และชื่อ weight2 สำหรับข้อมูลกลุ่มที่ 2 จากนั้นป้อนข้อมูลทั้ง 8 Case ลงในหน้าต่าง Data view ดำเนินการวิเคราะห์โดยใช้เมนูหลัก "Analyze" เมนูรอง "Compare Means" เมนูย่อย "Paired-Samples T Test" จะปรากฏหน้าต่าง "Paired-Samples T Test"



ภาพประกอบ 4.8

ให้เลือกคู่ของตัวแปรที่ต้องการทดสอบให้มาอยู่ในช่อง "Paired Variables:" โดยการคลิกทีละตัวแปร ในตอนแรกให้คลิก "weight1" จะปรากฏตัวแปร "weight1" เป็น "Variable 1:" ภายในกรอบ "Current Selections" และคลิกตัวแปร "weight2" จะปรากฏตัวแปร "weight2" เป็น "Variable 2:" ภายในกรอบ "Current Selections" แล้วคลิกลูกศรให้ตัวแปรทั้งสองย้ายมาอยู่ในกรอบ "Paired Variables:" แล้วคลิกปุ่ม "OK"



ภาพประกอบ 4.9

โปรแกรมจะแสดงผลการวิเคราะห์ในตาราง "Output"

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	weight1	52.0000	8	4.53557	1.60357
	weight2	55.6250	8	4.56501	1.61397

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	weight1 & weight2	8	.959	.000

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
					95% Confidence Interval of the Difference				
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1	weight1 - weight2	-3.62500	1.30247	.46049	-4.71389	-2.53611	-7.872	7	.000

ภาพประกอบ 4.10

ตารางแรกจะเสนอค่าสถิติพื้นฐานของทั้ง 2 ตัวแปร ตารางที่สองจะแสดงค่าสหสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปร และตารางที่สามจะแสดงค่าสถิติ t-test

ในการวิเคราะห์ Paired Samples t-test ในขั้นแรกโปรแกรมจะคำนวณค่าสถิติพื้นฐานของตัวแปรคู่ที่จะทำการทดสอบสมมติฐาน นั่นคือสุกรในกลุ่มที่ 1 มีน้ำหนักเฉลี่ย 52.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.54 ส่วนสุกรในกลุ่มที่ 2 มีน้ำหนักเฉลี่ย 55.62 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.57 จากนั้นโปรแกรมจะคำนวณหาค่าสถิติสหสัมพันธ์ในที่นี้ได้ค่า .959 มีค่า Sig. = .000 ซึ่งน้อยกว่า .01 แสดงค่าตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 แล้วจึงทำการทดสอบสมมติฐานด้วย Paired Samples t-test ให้ค่าเฉลี่ยของความแตกต่าง ($\overline{D}$ = 3.63) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่า 1.30 สถิติทดสอบ t-test ได้เท่ากับ 7.872, df = 7 มีค่า Sig. = .000 ซึ่งน้อยกว่า .01 แสดงว่าค่าเฉลี่ยน้ำหนักสุกรของทั้งสองกลุ่มมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นั่นคือการให้อาหารหมูทั้ง 2 ชนิดมีผลทำให้น้ำหนักหมูแตกต่างกัน โดยกลุ่มที่สองที่ให้กินรำกับผัก จะมีน้ำหนักสูงกว่ากลุ่มที่ 1 ที่ให้กินรำอย่างเดียว

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ลงตารางสามารถทำได้ดังนี้

กลุ่ม	$\overline{X}$	SD	$\overline{D}$	SD $_{\overline{D}}$	t	Sig.
กินรำ	52.00	4.54	3.63	1.30	7.87	.00
กินรำกับผัก	55.63	4.57				

แปลความหมายได้ว่า สุกรที่กินรำอย่างเดียวมีน้ำหนักเฉลี่ย 52.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.54 ส่วนสุกรที่กินรำกับผักมีน้ำหนักเฉลี่ย 55.63 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.57 เมื่อทดสอบความแตกต่างของน้ำหนักสุกรทั้งสองกลุ่มพบว่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 นั่นคือสุกรกลุ่มที่กินรำกับผักมีน้ำหนักมากกว่าสุกรกลุ่มที่กินรำอย่างเดียว

เนื่องจากการทดสอบ t-test มีข้อจำกัดตรงที่สามารถทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มตัวอย่างได้เพียง 2 กลุ่มเท่านั้น ดังนั้นหากเราศึกษากับกลุ่มตัวอย่างที่มีมากกว่า 2 กลุ่ม เราจะสามารถใช้ t-test ทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยได้หรือไม่?

ไม่ว่ากลุ่มตัวอย่างจะมีจำนวนกี่กลุ่มก็ตาม เราสามารถใช้ t-test ทดสอบความแตกต่างได้ทั้งหมด โดยการจับเป็นคู่ ๆ หากมี 3 กลุ่ม เราก็ต้องทำการทดสอบ t-test 3 ครั้ง คือทดสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มที่ 1 กับกลุ่มที่ 2 ทดสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มที่ 1 กับกลุ่มที่ 3 และทดสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มที่ 2 กับกลุ่มที่ 3 หากมี 4 กลุ่มก็ต้องทำการทดสอบ t-test ถึง 6 ครั้ง หากมี 5 กลุ่มก็ต้องทำการทดสอบ t-test ถึง 10 ครั้ง หากมีจำนวน n กลุ่ม ก็ต้องทำการทดสอบ t-test ถึง n(n-1)/2 ครั้ง ซึ่งเป็นการยุ่งยากและเสียเวลาเป็นอย่างยิ่ง วิธีการง่าย ๆ ในการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มตัวอย่างตั้งแต่ 2 กลุ่มขึ้นไปคือ การวิเคราะห์ความแปรปรวน ซึ่งจะได้กล่าวในบทถัดไปนี้